Vous trouverez ci-dessous une proposition de correction.
Pour certaines questions, d'autres réponses peuvent toutefois être acceptées.

Mathématiques – REPONSES A l' EXERCICE I

I-1- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : **A** **B** **C** $\boxed{D}$

I-2- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) =$ 1 En effet : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ et $\lim\limits_{X\to 0} e^X = 1$

I-3- Δ : $y = 1$

I-4- $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) =$ 0 En effet :

$\lim\limits_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$ donc $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{x} = -\infty$. De plus $\lim\limits_{X\to -\infty} e^X = 0$

I-5- Soit $x > 0$. Détail du calcul de $g'(x)$:

$$g'(x) = \frac{\frac{1}{x}\times x - 1\times\ln x}{x^2} = \frac{1-\ln x}{x^2}$$

I-6- Pour tout $x > 0$, $h(x) = \frac{1}{x^2} e^{\frac{\ln x}{x}}$ et $h(x)$ est de signe ...... positif ......

I-7

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	**0**	$-$	
$f(x)$	**0**	$\nearrow$	$f(e)$	$\searrow$	**1**

I-8-

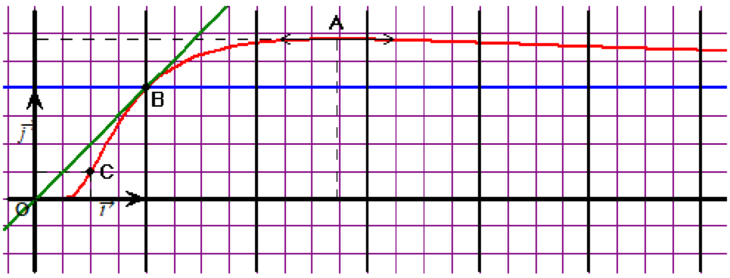
$y_A = \boldsymbol{e^{\frac{1}{e}}}$

$y_A \approx \mathbf{1,4}$

I-9- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : **A** **B** $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

I-10- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : $\boxed{A}$ **B** **C** $\boxed{D}$

I-11-



I-12-

Affirmation **A :** $\boxed{\text{VRAIE}}$ FAUSSE

Affirmation **B :** VRAIE $\boxed{\text{FAUSSE}}$

Affirmation **C :** VRAIE $\boxed{\text{FAUSSE}}$

Mathématiques – REPONSES A l' EXERCICE II

II-1- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : $\boxed{A}$ B C $\boxed{D}$

II-2- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : A B $\boxed{C}$ D

II-3- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : A B $\boxed{C}$ D

II-4- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : $\boxed{A}$ B C D

II-5-

$\boldsymbol{x}$	**2**	**4**	**6**	$\boldsymbol{-m}$
$P(G_1 = x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

II-6- $P_1 = \mathbf{\frac{1}{2}}$

II-7- $E(G_1) = \quad 2 - \frac{\boldsymbol{m}}{\mathbf{2}}$

En effet : $E(G_1) = 2 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} + (-m) \times \frac{1}{2}$

II-8- $E(G_1) \geq 0$ si et seulement si $m \leq \mathbf{4}$

II-9- $P_2 = \mathbf{\frac{1}{6}}$

En effet : $P_2 = P(G_T = 0)$

$$= P\big((G_1 = 4) \cap (G_2 = -4)\big) + P\big((G_1 = -4) \cap (G_2 = 4)\big)$$

$$= P(G_1 = 4) \times P(G_2 = -4) + P(G_1 = -4) \times P(G_2 = 4)$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$$

II-10- Loi suivie par X : X suit la loi binomiale de paramètres n et $\frac{1}{2}$

II-11- $q_n = 1 - \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\boldsymbol{n}}$

II-12- $n_0 = 7$

En effet : $q_n > 0{,}99 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n > 0{,}99$

$$\Leftrightarrow (0{,}5)^n < 0{,}01$$

$$\Leftrightarrow n \ln(0{,}5) < \ln(0{,}01)$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}5)} \qquad (\text{car } \ln(0{,}5) < 0)$$

De plus $\frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}5)} \approx 6{,}64$

Mathématiques – REPONSES A l' EXERCICE III

III-1- Affirmation **A** : VRAIE $\boxed{\text{FAUSSE}}$

Affirmation **B** : $\boxed{\text{VRAIE}}$ FAUSSE

Affirmation **C** : $\boxed{\text{VRAIE}}$ FAUSSE

Affirmation **D** : VRAIE $\boxed{\text{FAUSSE}}$

III-2- Les points appartenant au plan $\mathcal{P}$ sont : B et C

III-3- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : **A** **B** $\boxed{C}$ $\boxed{D}$

III-4- Un système d'équations paramétriques de la droite $\mathcal{D}$ est :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

III-5- $x_K = \frac{7}{6}$ $y_K = \frac{5}{6}$ $z_K = \frac{4}{3}$

En effet : comme $K \in \mathcal{D} \cap \mathcal{P}$, ses coordonnées vérifient :

$$x_K - y_K + 2z_K - 3 = 0 \quad \text{et} \quad \text{il existe } t \text{ tel que } \begin{cases} x_K = 1 + t \\ y_K = 1 - t \\ z_K = 1 + 2t \end{cases}$$

ce qui donne $(1+t) - (1-t) + 2(1+2t) - 3 = 0$ soit $6\,t - 1 = 0$ d'où $t = \frac{1}{6}$

III-6- $\overrightarrow{BC}\left(1\ ;\ 0\ ;\ -\frac{1}{2}\right)$

III-7- Equation cartésienne du plan $\mathcal{P}_1$: $2x - z - 1 = 0$

III-8- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : $\boxed{A}$ $\boxed{B}$ **C** **D**

III-9- $x_H = \frac{6}{5}$ $y_H = 1$ $z_H = \frac{7}{5}$

III-10- Equation cartésienne du plan $\mathcal{P}_2$: $x - y + 2z - 2 = 0$

En effet : Les plans $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}$ étant parallèles, ils ont mêmes vecteurs normaux.

Donc $\mathcal{P}_2$ a une équation de la forme : $x - y + 2z + d = 0$

Comme $\mathcal{P}_2$ passe par $A(1;1;1)$, les coordonnées de A vérifient l'équation de $\mathcal{P}_2$.

On a donc : $1 - 1 + 2 + d = 0$. D'où $d = -2$

III-11- $d = \frac{\sqrt{6}}{6}$

En effet : $d = AK$ avec $\overrightarrow{AK}\left(\frac{1}{6}\ ;\ -\frac{1}{6}\ ;\ \frac{1}{3}\right)$

d'où $d = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(-\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{4}{36}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

III-12- Affirmation **A** : $\boxed{\text{VRAIE}}$ FAUSSE

Affirmation **B** : VRAIE $\boxed{\text{FAUSSE}}$

Affirmation **C** : $\boxed{\text{VRAIE}}$ FAUSSE

Affirmation **D** : $\boxed{\text{VRAIE}}$ FAUSSE

Mathématiques – REPONSES A l’ EXERCICE IV

IV-1- Forme algébrique de z_A :

$z_A = \quad 2 + 2\sqrt{3}\, i$

Module de z_A :

$|z_A| = \quad \sqrt{4+12} = 4$

Forme exponentielle de z_A :

$z_A = \quad 4\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\, i\right) = 4\, e^{\frac{i\pi}{3}}$

IV-2- Forme algébrique de z_C :

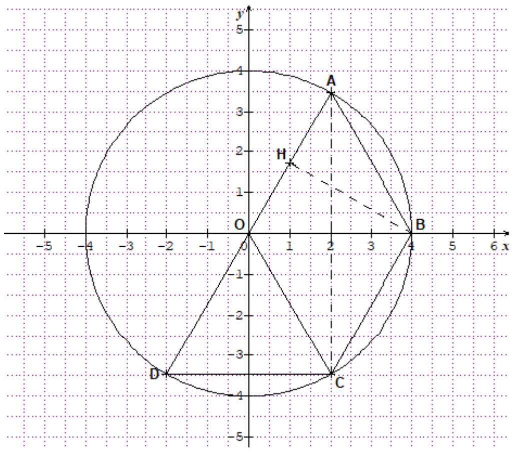
$z_C = \quad 2 - 2\sqrt{3}\, i$

Forme exponentielle de z_C :

$z_C = \quad 4\, e^{-\frac{i\pi}{3}}$

IV-3- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : **A** **B** $\boxed{C}$ **D**

IV-4-



IV-5-

Le triangle OAB est

équilatéral

Le quadrilatère $ABCD$ est

un trapèze

IV-6- $z_H = \frac{1}{2} z_A$ et donc $z_H = \quad 1 + \sqrt{3}\, i$

En effet : Le triangle OAB étant équilatéral, la hauteur issue de B est aussi la médiane.
Donc H est le milieu du segment $[OA]$.

IV-7- Entourer la (les) bonne(s) réponse(s) : **A** **B** $\boxed{C}$ **D**

IV-8- $\ell_1 = \quad 4$ $\qquad \ell_2 = \quad 4\sqrt{a^2-1}$

IV-9- Le quadrilatère $OABC$ est un carré si et seulement si ……………… $a = \sqrt{2}$ ……………………….

En effet : $OABC$ est un carré

$\Leftrightarrow \ell_1 = \ell_2$

$\Leftrightarrow 1 = \sqrt{a^2-1}$

$\Leftrightarrow a^2 - 1 = 1$ (car deux nombres positifs sont égaux ssi leurs carrés sont égaux)

$\Leftrightarrow a^2 = 2$

$\Leftrightarrow a = \sqrt{2}$ ou $a = -\sqrt{2}$

or $a > 1$, donc il y a une seule solution $a = \sqrt{2}$

IV-10- (E) admet deux racines complexes non réelles. En effet :

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 4\, a^2 = 16(1-a^2)$. Et $\Delta < 0$ car $a > 1$

IV-11- $z_1 = \quad 2 + 2\, i\sqrt{a^2-1}$ $\qquad z_2 = \quad 2 - 2\, i\sqrt{a^2-1}$

IV-12- $\mathcal{E}' = \quad \left\{0\ ;\ 2 + 2\, i\sqrt{a^2-1}\ ;\ 2 - 2\, i\sqrt{a^2-1}\right\}$

QCM et VRAI-FAUX – Justifications des réponses

EXERCICE I

I-1-	$\ln x$ est défini pour $x > 0$. $1 - \ln x \geq 0 \Leftrightarrow \ln x \leq 1 \Leftrightarrow x \leq e$ et $x > 0 \Leftrightarrow x \in]0; e]$
I-9-	La tangente T_B a pour équation : $y = f'(1)(x-1) + f(1)$ avec $f(1) = e^{\frac{\ln 1}{1}} = e^0 = 1$ et $f'(1) = (1 - \ln 1) \times \frac{1}{1^2} \times e^{\frac{\ln 1}{1}} = 1$. Ce qui donne $y = 1 \times (x-1) + 1$ ou encore $y = x$
I-10-	$y_C = f\left(\frac{1}{2}\right) = e^{\frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2}}} = e^{2\ln\left(\frac{1}{2}\right)} = e^{-2\ln 2} = \frac{1}{e^{2\ln 2}} = \frac{1}{e^{\ln 4}} = \frac{1}{4}$
I-12-	Voir le tableau de variations L'assertion **B)** est fausse car, pour $m = y_A$, l'équation admet une solution. L'assertion **A)** est fausse car, pour $m = 1$, l'équation n'admet qu'une seule solution. (attention, ne pas tenir compte de la limite en $+\infty$)

EXERCICE II

II-1-	$P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \bar{B}) = 0{,}4 - 0{,}3 = 0{,}1$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}6 - 0{,}1 = 0{,}9$
II-2-	$P_{(X>4)}(5 \leq X \leq 10) = \frac{P((5\leq X\leq 10)\cap(X>4))}{P(X>4)} = \frac{P(5\leq X\leq 10)}{P(X>4)} = \frac{\frac{5}{15}}{\frac{14}{15}} = \frac{5}{14}$
II-3-	$P(2 \leq X \leq 5) = P(X \leq 5) - P(X \leq 2) = \left(1 - e^{-5\lambda}\right) - \left(1 - e^{-2\lambda}\right) = e^{-2\lambda} - e^{-5\lambda}$
II-4-	$P\big(X > E(X)\big) = P\left(X > \frac{1}{\lambda}\right) = e^{-\frac{1}{\lambda}\times\lambda} = e^{-1} = \frac{1}{e}$

EXERCICE III

III-1-	Ce sont des théorèmes de cours
III-3-	Un plan d'équation cartésienne $a\,x + b\,y + c\,z + d = 0$ a pour vecteur normal le vecteur de coordonnées (a, b, c). Le vecteur $\overrightarrow{n_3}$ est donc normal au plan $\mathcal{P}$ ainsi que $\overrightarrow{n_4}$ qui est colinéaire à $\overrightarrow{n_3}$.
III-8-	Seule la réponse **B)** correspond à une droite dont un vecteur directeur de coordonnées $(-2\,;0\,;\,1)$ est proportionnel au vecteur $\overrightarrow{BC}\left(1\,;0\,;\,-\frac{1}{2}\right)$. Par ailleurs, elle passe par le point $M(0\,;1\,;2)$. Et M appartient bien à la droite (BC) car $\overrightarrow{MC} = 2\,\overrightarrow{BC}$. Donc la droite représentée par la réponse **B)** est la droite (BC).
III-12-	Le point H est un point de (BC). Donc les droites(HK) et (BC) sont sécantes (en H) et elles sont donc aussi coplanaires (de plus elles sont toutes les deux contenues dans le plan $\mathcal{P}$). Le vecteur $\overrightarrow{HK}$ a pour coordonnées $\left(\frac{7}{6} - \frac{6}{5}; \frac{5}{6} - 1\,; \frac{4}{3} - \frac{7}{5}\right)$ càd $\left(-\frac{1}{30}; -\frac{1}{6}\,; -\frac{1}{15}\right)$. Alors : $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{HK} = 1 \times \left(-\frac{1}{30}\right) + 0 \times \left(-\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{15}\right) = -\frac{1}{30} + \frac{1}{30} = 0$. Ainsi les droites (BC) et (HK) sont orthogonales car leurs vecteurs directeurs le sont.

EXERCICE IV

IV-3-	$z_D = -z_A = e^{i\pi} \times 4\,e^{\frac{2i\pi}{3}} = 4\,e^{i\left(\pi + \frac{2\pi}{3}\right)} = 4\,e^{\frac{5i\pi}{3}} = 4\,e^{-\frac{i\pi}{3}}$ (Attention, le module doit être positif !)
IV-7-	$\mathcal{A} = \frac{(BC+AD)\times BH}{2} = \frac{(4+8)\times 2\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$ En effet : $z_{\overrightarrow{BH}} = 1 + i\sqrt{3} - 4 = -3 + i\sqrt{3}$ donc $BH = \sqrt{(-3)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.