

5. Montrer que $\frac{\ln 2}{\ln 3}$ est un irrationnel. (3Pts)

[illegible]

6. On considère les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définies comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = \sqrt{u_{n+1} v_n} \end{array} \right.$$

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq v_n$. (3Pts)

[illegible]

7. On considère trois ensembles A , B et C . Montrer que (3Pts)

$$(A \cup B \subset A \cup C \text{ et } A \cap B \subset A \cap C) \Rightarrow B \subset C$$

[illegible]

8. Soit f une fonction strictement monotone, dérivable et à dérivée continue sur $[a, b]$. Montrer que (3Pts)

$$\int_a^b f(x) dx = bf(b) - af(a) - \int_{f(a)}^{f(b)} f^{-1}(x) dx$$

This image shows a single sheet of white paper designed for handwriting practice. It features a series of evenly spaced horizontal dotted lines across its entire width. A solid vertical line runs down the left side, creating a narrow margin. The paper is otherwise blank, with no text or other markings.

Questions à réponse précise, Partie I

Répondre dans la colonne réponse	
Question	Réponse
Définir à l'aide d'une valeur absolue les encadrements suivants : $x \in [-3, 5]$ et $x \in [2, 7]$ (2Pts)	
On considère la fonction $f(x) = \min(x^2, 3)$, donner $f(\mathbb{R})$, $f([-1, 1])$ et $f^{-1}([-1, 4])$ (3Pts)	
Soit $x \in [-2, 1]$ et $y \in [2, 3]$, donner des encadrements des quantités suivantes : $x - y$, $-2x + y$ et xy (3Pts)	
Déterminer la valeur de $A = E(x) + E(-x)$ avec $E(\cdot)$ est la partie entière (2Pts)	
A l'aide des quantificateurs, écrire les propositions suivantes et préciser celles qui sont vraies: (a) Aucun entier n'est supérieur à tous les autres. (2Pts) (b) Il existe un entier multiple de tous les autres. (2Pts) (c) Certains réels sont supérieurs à leurs carrés. (2Pts)	
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? (a) $(\forall x \in \mathbb{R}, x < 0) \implies (\sqrt{x^2} = -x)$. (1Pt) (b) $\exists x \in \mathbb{R}^*, \forall y \in \mathbb{R}^*, \forall z \in \mathbb{R}^* z = xy$. (1Pt) (c) $\forall x > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ on a $\frac{1+nx}{\ln(nx)} \in \mathbb{R}$. (1Pt)	
$f(x) = \frac{x}{1+ x }$ avec $x \in \mathbb{R}$, la fonction f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $] -1, 1[$. Déterminer f^{-1} . (2Pts)	

Questions à réponse précise, Partie II

Répondre dans la colonne réponse	
Question	Réponse
Déterminer les réels a , b et c tels que pour tout réel $x \neq -1$, on a $\frac{x^2}{x+1} = ax + b + \frac{c}{x+1}$ (2Pts)	
Calculer la dérivée de (2Pts) $g(x) = \sin \left(\ln \left(\frac{\exp(2x) + 1}{\exp(2x) + 3} \right) \right)$	
On considère la fonction f définie par $f(x) = -x + 7 + 6 \ln(2x + 1) - 6 \ln(2x + 2).$ sur $\left] \frac{-1}{2}, +\infty \right[$, étudier la position de la courbe (C_f) de f par rapport à la droite (Δ) d'équation $y = -x + 7$ (1Pt)	
Soit $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable vérifiant $f(0) = f(1)$. On définit g sur $[0, 1]$ par $g(x) = \begin{cases} f(2x) & \text{si } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ f(2x - 1) & \text{si } \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$ Quelles hypothèses faut-il rajouter pour que g soit dérivable sur $[0, 1]$? (2Pts)	
Calculer $\int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx$. (2Pts)	
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$. (2Pts)	
Soit p et q deux réels non nuls, on considère l'équation $x^2 + px + q = 0$ (*). Trouver les valeurs de p et q pour lesquelles p et q sont solutions de l'équation (*). (2Pts)	
Eliminer 13 chiffres sur 21 de telle sorte que la somme des 8 chiffres restant soit égale à 41 3 3 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 4 4 8 8 8 8 8 8 8 (2Pts)	