Corrigé du baccalauréat ES/L Amérique du Sud 23 novembre 2017

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = 11 + 5\ln(x)$.
Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

a. $y = 5x + 11$ **b.** $\boxed{y = 5x + 6}$ **c.** $y = 11x - 6$ **d.** $y = 5x + 16$

Explications

La tangente à la courbe représentant la fonction f au point $x = a$ a pour équation $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

$f(x) = 11 + 5\ln(x)$ donc $f'(x) = \dfrac{5}{x}$; pour $x = 1$, $f'(1) = 5$ et $f(1) = 11$.

La tangente a donc pour équation $y = 5(x - 1) + 11$ soit $y = 5x + 6$.

2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = 11 + 5\ln(x)$.
L'équation $f(x) = 0$ d'inconnue x a pour solution :

a. $-\dfrac{\text{e}^{11}}{5}$ **b.** $-\ln\left(\dfrac{11}{5}\right)$ **c.** $\boxed{\text{e}^{\frac{-11}{5}}}$ **d.** $\dfrac{\text{e}^{-11}}{5}$

Explications

$$f(x) = 0 \iff 11 + 5\ln(x) = 0 \iff \ln(x) = \frac{-11}{5} \iff x = \text{e}^{\frac{-11}{5}}$$

3. On lance cinq fois de suite un dé équilibré à six faces.
On note X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre de 6 qu'on obtient.
La probabilité $p(X = 1)$ d'obtenir exactement un 6, arrondie à 10^{-2}, est :

a. 0,08 **b.** 0,17 **c.** $\boxed{0{,}40}$ **d.** 0,80

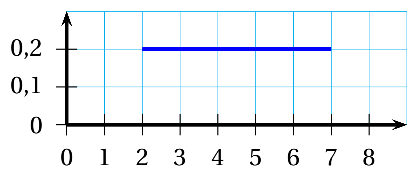
Explications

La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \dfrac{1}{6}$:

$$p(X = 1) = \binom{5}{1}\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(1 - \frac{1}{6}\right)^{5-1} \approx 0{,}40$$

4. On considère une variable aléatoire T qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[2~;~7]$.

La fonction de densité de T est représentée ci-contre.



La probabilité conditionnelle $P_{(T \geqslant 3)}(T \leqslant 5)$ est égale à :

a. $\boxed{\dfrac{1}{2}}$ **b.** $\dfrac{3}{5}$ **c.** $\dfrac{2}{5}$ **c.** $\dfrac{3}{4}$

Explications

On sait que si la variable aléatoire T suit la loi uniforme sur l'intervalle $[2\,;\,7]$, pour $2 \leqslant a \leqslant b \leqslant 7$, on a $P(a \leqslant T \leqslant b) = \dfrac{b-a}{7-2} = \dfrac{b-a}{5}$.

$P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ donc $P_{(T \geqslant 3)}(T \leqslant 5) = \dfrac{P\left((T \geqslant 3) \cap (T \leqslant 5)\right)}{P(T \geqslant 3)}$.

$$\left.\begin{array}{l} P\left((T \geqslant 3) \cap (T \leqslant 5)\right) = P(3 \leqslant T \leqslant 5) = \dfrac{5-3}{5} = \dfrac{2}{5} \\ P(T \geqslant 3) = P(3 \leqslant T \leqslant 7) = \dfrac{7-3}{5} = \dfrac{4}{5} \end{array}\right\} \text{donc } P_{(T \geqslant 3)}(T \leqslant 5) = \dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{4}{5}} = \dfrac{1}{2}.$$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Mathieu dispose d'un capital de 20 000 euros qu'il veut placer. Sa banque lui propose de choisir entre deux contrats d'épargne.

On note a_n le capital, en euro, acquis au bout de n années si Mathieu choisit le contrat A;
b_n le capital, en euro, acquis au bout de n années si Mathieu choisit le contrat B.

On a donc $a_0 = b_0 = 20\,000$ et, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 1{,}04a_n$ et $b_{n+1} = 1{,}025b_n + 330$.

1. Dans cette question, on suppose que Mathieu choisit le contrat A.

a. La suite (a_n) est géométrique de premier terme $a_0 = 20\,000$ et de raison $q = 1{,}04$; donc, pour tout n, on a $a_n = a_0 \times q^n = 20\,000 \times 1{,}04^n$.

Donc $a_{10} = 20\,000 \times 1{,}04^n \approx 29\,605$.

Le capital disponible au bout de 10 ans est, arrondi à l'euro, 29 605 €.

b. Le pourcentage d'augmentation est donné par la formule

$\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} \times 100$ donc ici : $\dfrac{29\,605 - 20\,000}{20\,000} \times 100 \approx 48$.

Le pourcentage d'augmentation en 10 ans a pour valeur arrondie à l'unité 48 %.

2. Dans cette question, on suppose que Mathieu choisit le contrat B.

On considère la suite (u_n) définie pour tout n par $u_n = 13\,200 + b_n$; donc $b_n = u_n - 13\,200$.

a.
- $u_{n+1} = 13\,200 + b_{n+1} = 13\,200 + 1{,}025b_n + 330 = 13\,530 + 1{,}025(u_n - 13\,200)$
  $= 13\,530 + 1{,}025u_n - 13\,530 = 1{,}025u_n$
- $u_0 = 13\,200 + b_0 = 13\,200 + 20\,000 = 33\,200$

Donc la suite (u_n) est géométrique de premier terme $u_0 = 33\,200$ et de raison $q = 1{,}025$.

b. On en déduit que, pour tout n, $u_n = u_0 \times q^n = 33\,200 \times 1{,}025^n$.

c. $b_n = u_n - 13\,200$ donc, pour tout n, $b_n = 33\,200 \times 1{,}025^n - 13\,200$.

d. Le capital devient supérieur à 40 000 pour n tel que $b_n > 40\,000$; on résout cette inéquation :

$b_n > 40\,000 \iff 33\,200 \times 1{,}025^n - 13\,200 > 40\,000 \iff 33\,200 \times 1{,}025^n > 53\,200 \iff 1{,}025^n > \dfrac{53\,200}{33\,200} \iff \ln\left(1{,}025^n\right) > \ln\left(\dfrac{532}{332}\right) \iff n \times \ln(1{,}025) > \ln\left(\dfrac{532}{332}\right) \iff$

$n > \dfrac{\ln\left(\frac{532}{332}\right)}{\ln(1{,}025)}$ $\dfrac{\ln\left(\frac{532}{332}\right)}{\ln(1{,}025)} \approx 19{,}1$ donc le capital devient supérieur à 40 000 € au bout de 20 ans.

3. On considère l'algorithme suivant :

Variables
A est un nombre réel
B est un nombre réel
N est un nombre entier naturel
Traitement
A prend la valeur 20 000
B prend la valeur 20 000
N prend la valeur 0
Tant que $A \leqslant B$
    A prend la valeur $1{,}04 \times A$
    B prend la valeur $1{,}025 \times B + 330$
    N prend la valeur $N + 1$
Fin Tant que
Sortie
Afficher N

a. Le tableau ci-dessous traduit l'exécution pas à pas de l'algorithme.
On complète ce tableau en arrondissant les valeurs de A et de B à l'unité :

Valeur de A	20 000	20 800	21 632	22 497	23 397	24 333	25 306
Valeur de B	20 000	20 830	21 681	22 553	23 446	24 362	25 301
Valeur de N	0	1	2	3	4	5	6
Condition $A \leqslant B$	vraie	vraie	vraie	vraie	vraie	vraie	fausse

b. La valeur affichée en fin d'algorithme est 6.
Si Mathieu veut faire un placement d'une durée inférieure à 6 ans, il vaut mieux qu'il prenne le contrat A, sinon il vaut mieux prendre le contrat B.

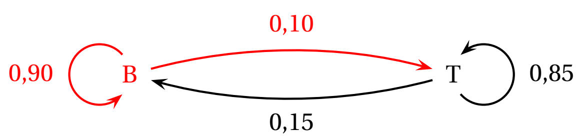
EXERCICE 2 **5 points**
Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

Pour les déplacements entre les principales villes d'une région, les habitants peuvent acquérir soit la carte d'abonnement bus (PassBus), soit la carte d'abonnement train (PassTrain), toutes les deux étant valables un an.
Une étude récente montre que le nombre global d'abonnements reste constant dans le temps et que, chaque année, la répartition des abonnements évolue de la manière suivante :

- 10 % des abonnements PassBus sont remplacés par des abonnements PassTrain ;
- 15 % des abonnements PassTrain sont remplacés par des abonnements PassBus.

1. On représente la situation par un graphe probabiliste de sommets B et T où le sommet B représente l'état « abonné PassBus » et T l'état « abonné PassTrain » :



2. D'après le texte, si on appelle b_n le pourcentage d'abonnements PassBus et t_n le pourcentage d'abonnements PassTrain, on a : $\left\{\begin{array}{rcl} b_{n+1} & = & 0{,}90\, b_n + 0{,}15\, t_n \\ t_{n+1} & = & 0{,}10\, b_n + 0{,}85\, t_n \end{array}\right.$

Ce qui s'écrit sous forme de matrice colonne : $\begin{pmatrix} b_{n+1} \\ t_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}90 & 0{,}15 \\ 0{,}10 & 0{,}85 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_n \\ t_n \end{pmatrix}$

La matrice de transition de ce graphe est donc $M = \begin{pmatrix} 0{,}90 & 0{,}15 \\ 0{,}10 & 0{,}85 \end{pmatrix}$.

Remarque du correcteur

Le plus souvent, l'état à l'instant n est représenté par une matrice **ligne**; dans ce cas, en conservant l'ordre alphabétique des sommets, on obtient pour matrice de transition la transposée de celle ci-dessus, soit $\begin{pmatrix}0{,}90 & 0{,}10\\0{,}15 & 0{,}85\end{pmatrix}$.

Le choix a été fait d'utiliser des matrices colonnes dans ce corrigé car ce sont les seules qui sont au programme actuel de la série ES.

3. En 2016, les abonnements PassBus représentaient 25 % de l'ensemble des abonnements, tandis que les abonnements PassTrain en représentaient 75 %.
Si l'année 2016 correspond à $n = 0$, l'année 2019 correspond à $n = 3$; il faut donc chercher b_3 et, pour cela, on va chercher la matrice $\begin{pmatrix}b_3\\t_3\end{pmatrix}$.
D'après le texte, on a $\begin{pmatrix}b_0\\t_0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}25\\0{,}75\end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix}b_1\\t_1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}90 & 0{,}15\\0{,}10 & 0{,}85\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0{,}25\\0{,}75\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}3375\\0{,}6625\end{pmatrix}$ $\quad\begin{pmatrix}b_2\\t_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}90 & 0{,}15\\0{,}10 & 0{,}85\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0{,}3375\\0{,}6625\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}0{,}403\\0{,}597\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}b_3\\t_3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}90 & 0{,}15\\0{,}10 & 0{,}85\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}b_2\\t_2\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}0{,}90 & 0{,}15\\0{,}10 & 0{,}85\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0{,}403\\0{,}597\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}0{,}452\\0{,}548\end{pmatrix}$

La part, en 2019, des abonnements PassBus dans l'ensemble des abonnements sera d'environ 45,2 %.

4. L'état stable du graphe probabiliste est représenté par la matrice $\begin{pmatrix}b\\t\end{pmatrix}$ telle que

$\begin{pmatrix}b\\t\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}90 & 0{,}15\\0{,}10 & 0{,}85\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}b\\t\end{pmatrix}$ et $b + t = 1$.

$\begin{pmatrix}b\\t\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}90 & 0{,}15\\0{,}10 & 0{,}85\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}b\\t\end{pmatrix} \iff \begin{cases}b = 0{,}90b + 0{,}15t\\t = 0{,}10b + 0{,}85t\end{cases} \iff \begin{cases}0 = -0{,}10b + 0{,}15t\\0 = 0{,}10b - 0{,}15t\end{cases}$

$$\iff 0{,}10b - 0{,}15t = 0 \iff 10b - 15t = 0$$

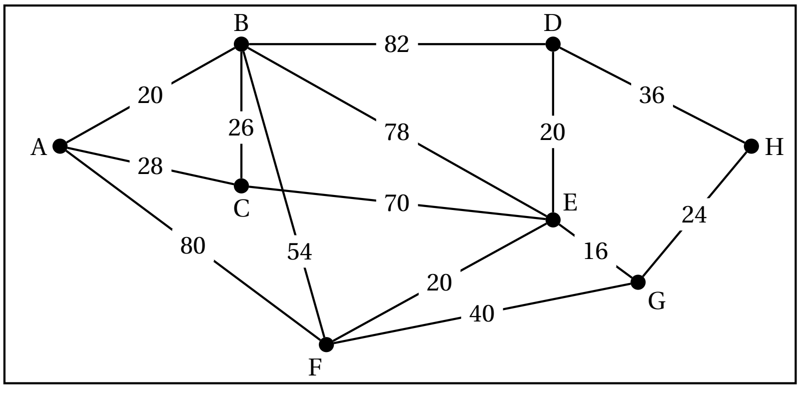
On résout donc le système :

$\begin{cases}b + t = 1\\10b - 15t = 0\end{cases} \iff \begin{cases}10b + 10t = 10\\10b - 15t = 0\end{cases} \iff \begin{cases}b + t = 1\\25t = 10\end{cases} \iff \begin{cases}b = 0{,}6\\t = 0{,}4\end{cases}$

Donc le système va se stabiliser vers la situation suivante : 60 % de PassBus et 40 % de PassTrain.

Partie B

Le réseau ferroviaire de la région est schématisé par le graphe ci-dessous.
Les sommets représentent les villes et les arêtes représentent les voies ferrées.
Sur les arêtes du graphe sont indiquées les distances exprimées en kilomètre entre les villes de la région.



En utilisant l'algorithme de Dijkstra, on détermine le trajet le plus court pour aller de la ville A à la ville H.

A	B	C	D	E	F	G	H	On garde
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	A
	20 A	28 A	∞	∞	80 A	∞	∞	B
		28 A ~~46 B~~	102 B	98 B	~~80 A~~ 74 B	∞	∞	C
			102 B	98 B ~~98 C~~	74 B	∞	∞	F
			102 B	~~98 B~~ 94 F		114 F	∞	E
			102 B ~~114 E~~			~~114 F~~ 110 E	∞	D
						110 E	146 D	G
							~~146 D~~ 134 G	H

Le trajet le plus court est : A $\xrightarrow{20}$ B $\xrightarrow{54}$ F $\xrightarrow{20}$ E $\xrightarrow{16}$ G $\xrightarrow{24}$ H ; il a une longueur de 134 km.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise d'élevage de poissons en bassin a constaté qu'une partie de sa production est infectée par une nouvelle bactérie.
Un laboratoire a réalisé deux prélèvements, l'un au mois de janvier et l'autre au mois de juin, afin d'étudier l'évolution de l'infection.

Partie A

Au mois de janvier, lors du premier test, le laboratoire a prélevé au hasard 1 000 poissons parmi l'ensemble des poissons du bassin.
La fréquence de poissons infectés par la bactérie dans cet échantillon est $f_1 = 5\,\%$.
Au mois de juin, le laboratoire a prélevé de nouveau 1 000 poissons.
Pour ce second test, la fréquence de poissons infectés est $f_2 = 10\,\%$.
La fréquence de poissons infectés dans les deux échantillons ayant doublé en cinq mois, le laboratoire préconise d'arrêter la vente des poissons de l'entreprise.
On note p_1 la proportion de poissons infectés parmi tous les poissons du bassin au mois de janvier et p_2 la proportion de poissons infectés parmi tous les poissons du bassin au mois de juin.

1. Pour une fréquence f donnée et un échantillon de taille n, l'intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % est donné par $I = \left[f - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ f + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right]$.
   - $f_1 = 5\,\% = 0{,}05$ et $n = 1\,000$ donc l'intervalle de confiance de p_1 est $I_1 = \left[0{,}05 - \dfrac{1}{\sqrt{1\,000}}\ ;\ 0{,}05 + \dfrac{1}{\sqrt{1\,000}}\right] \approx [0{,}018\ ;\ 0{,}082]$.
   - $f_2 = 10\,\% = 0{,}1$ et $n = 1\,000$ donc l'intervalle de confiance de p_2 est $I_2 = \left[0{,}1 - \dfrac{1}{\sqrt{1\,000}}\ ;\ 0{,}1 + \dfrac{1}{\sqrt{1\,000}}\right] \approx [0{,}068\ ;\ 0{,}132]$.
2. Il y a 95 % de chances que l'intervalle $[0{,}018\ ;\ 0{,}082]$ contienne la proportion p_1, et il y a 95 % de chances que l'intervalle $[0{,}068\ ;\ 0{,}132]$ contienne la proportion p_2.
   Donc l'entreprise pourrait dire qu'il y a 95 % de chances que l'intervalle $I_1 \cap I_2 = [0{,}068\ ;\ 0{,}082]$ contienne la proportion de poissons infectés en janvier ET en juin, ce qui justifierait la poursuite de la vente.

Partie B

Pour déterminer la fréquence de poissons infectés dans un prélèvement, le laboratoire dispose d'un test de dépistage dont les résultats sont les suivants :

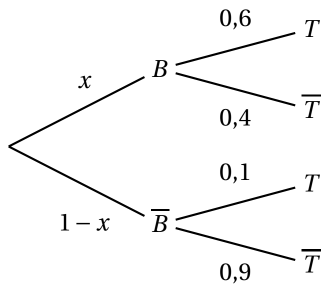
- sur des poissons infectés par la bactérie, le test est positif dans 60 % des cas ;
- sur des poissons non infectés par la bactérie, le test est positif dans 10 % des cas.

Pour un poisson prélevé au hasard, on note :

- B l'évènement : « le poisson est infecté par la bactérie » ;
- T l'évènement : « le test du poisson est positif » ;
- $\overline{B}$ et $\overline{T}$ les évènements contraires de B et T.

On note x la probabilité qu'un poisson soit infecté par la bactérie.

1. On complète l'arbre pondéré traduisant cette situation :



2. **a.** D'après la formule des probabilités totales :

$$p(T) = p(B \cap T) + p\left(\overline{B} \cap T\right) = p(B) \times p_B(T) + p\left(\overline{B}\right) \times p_{\overline{B}}(T) = x \times 0{,}6 + (1-x) \times 0{,}1$$
$$= 0{,}6x + 0{,}1 - 0{,}1x = 0{,}5x + 0{,}1$$

b. Le laboratoire a constaté que 12,5 % des poissons d'un prélèvement ont eu un test positif.

On a donc $p(T) = 0{,}125 \iff 0{,}5x + 0{,}1 = 0{,}125 \iff 0{,}5x = 0{,}025 \iff x = 0{,}05$.

On peut donc estimer à 5 % la proportion de poissons infectés que le laboratoire va proposer.

Partie C

Un traitement antibiotique permet de guérir les poissons infectés par la bactérie.
Le temps de guérison d'un poisson infecté, exprimé en jours, peut être modélisé par une variable aléatoire X suivant la loi normale de moyenne $\mu = 21$ et d'écart-type $\sigma = 5$.

1. En utilisant la calculatrice, on trouve $p(14 < X < 28) \approx 0{,}838$.

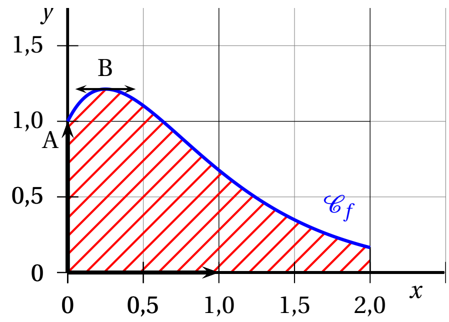
2. La probabilité qu'un poisson infecté ne soit pas encore guéri après 5 semaines de traitement antibiotique, soit 35 jours, est $p(X > 35) \approx 0{,}003$.

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Le graphique ci-dessous représente, dans un repère orthonormal, la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.
On suppose que f est deux fois dérivable et on note f' la fonction dérivée de f.

On sait que :

- le point A$(0\,;\,1)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.
- la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B d'abscisse 0,25 est parallèle à l'axe des abscisses.



Partie A

On suppose que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ par $f(x) = (ax+b)\,\text{e}^{-2x}$ où a et b sont deux réels à déterminer.

1.
   - Le point A $(0\,;\,1)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$ donc $f(x_\text{A}) = y_\text{A}$, autrement dit $f(0) = 1$.
   - La tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B d'abscisse 0,25 est parallèle à l'axe des abscisses donc le coefficient directeur de cette tangente est nul, ce qui signifie que $f'(0{,}25) = 0$.
2. $f(x) = (ax+b)\,\text{e}^{-2x}$ donc $f'(x) = a \times \text{e}^{-2x} + (ax+b) \times (-2)\,\text{e}^{-2x} = (-2ax+a-2b)\,\text{e}^{-2x}$
3.
   - $f(0) = 1 \iff (0+b)\,\text{e}^{0} = 1 \iff b = 1$
   - $b = 1$ et $f'(x) = (-2ax+a-2b)\,\text{e}^{-2x}$ donc $f'(x) = (-2ax+a-2)\,\text{e}^{-2x}$
   - $f'(0{,}25) = 0 \iff (-2a \times 0{,}25 + a - 2)\,\text{e}^{-2\times 0{,}25} = 0 \iff -0{,}5a + a - 2 = 0 \iff 0{,}5a = 2 \iff a = 4$

   Donc $f(x) = (4x+1)\,\text{e}^{-2x}$.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ par $f(x) = (4x+1)\text{e}^{-2x}$.
On admet par ailleurs que $f'(x) = (2-8x)\,\text{e}^{-2x}$ et $f''(x) = (16x-12)\,\text{e}^{-2x}$ où f'' désigne la dérivée seconde de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

1. Pour tout x, $\text{e}^{-2x} > 0$ donc $f'(x) = (2-8x)\,\text{e}^{-2x}$ est du signe de $2-8x$. Donc :
   - $f'(x) > 0$ sur $[0\,;\,0{,}25[$;
   - $f'(x) = 0$ pour $x = 0{,}25$;
   - $f'(x) < 0$ sur $]0{,}25\,;\,2]$.

   On en déduit les variations de la fonction f sur $[0\,;\,2]$:
   - f est strictement croissante sur $[0\,;\,0{,}25]$;
   - f admet un maximum local pour $x = 0{,}25$;
   - f est strictement décroissante sur $[0{,}25\,;\,2]$.
2. La courbe $\mathscr{C}_f$ admet, sur l'intervalle $[0\,;\,2]$, un point d'inflexion en un point dont l'abscisse x vérifie $f''(x) = 0$; or $f''(x) = (16x-12)\,\text{e}^{-2x} = 0 \iff 16x - 12 = 0 \iff x = 0{,}75$.
   La courbe $\mathscr{C}_f$ admet donc, sur l'intervalle $[0\,;\,2]$, un point d'inflexion d'abscisse 0,75.
3. Soit F la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ par $F(x) = (-2x-1{,}5)\,\text{e}^{-2x}$.

   a. F est dérivable sur $[0\,;\,2]$ et
   $F'(x) = (-2) \times \text{e}^{-2x} + (-2x-1{,}5) \times (-2)\,\text{e}^{-2x} = (-2+4x+3)\,\text{e}^{-2x} = (4x+1)\,\text{e}^{-2x} = f(x)$ donc
   la fonction F est une primitive de la fonction f sur $[0\,;\,2]$.

   b. Soit D le domaine du plan situé entre $\mathscr{C}_f$ l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$; on appelle $\mathscr{A}$ son aire.
   La fonction f est positive sur $[0\,;\,2]$ donc
   $\mathscr{A} = \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\text{d}x = F(2) - F(0) = -5{,}5\,\text{e}^{-4} - (-1{,}5) = 1{,}5 - 5{,}5\,\text{e}^{-4}$ unités d'aire.

   c. La valeur moyenne, arrondie à 10^{-1}, de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ est
   $\dfrac{1}{2-0}\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\text{d}x = \dfrac{1}{2}\left(1{,}5 - 5{,}5\,\text{e}^{-4}\right) \approx 0{,}7.$