# ∽ Corrigé du baccalauréat ES/L ∾
# Nouvelle Calédonie – 27 novembre 2018

**EXERCICE 1** **4 POINTS**
**Commun à tous les candidats**

**1.** Soit $f$ la fonction définie et dérivable sur $]0~;~5]$ par $f(x) = x\ln(x)+1$. Pour tout $x \in ]0~;~5]$,

**a.** $f'(x) = \dfrac{1}{x}$

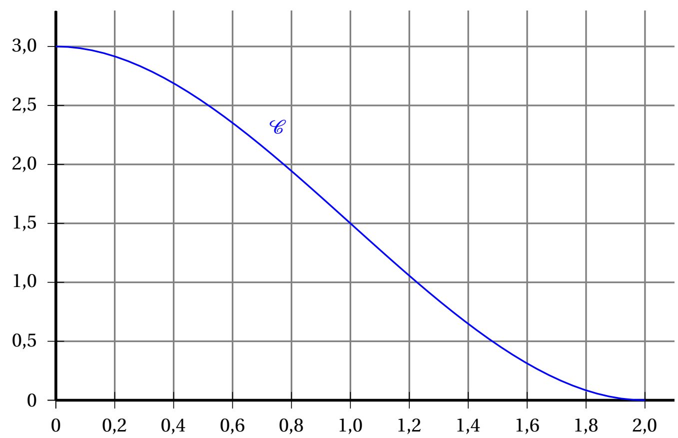
**b.** $f'(x) = \dfrac{1}{x}+1$

**c.** $f'(x) = \ln(x)+2$

**d.** $\boxed{f'(x) = \ln(x)+1}$

> $f'(x) = 1\times\ln(x) + x \times \dfrac{1}{x} + 0 = \ln(x)+1$
> **Réponse d.**

**2.** On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ représentant une fonction $g$ sur $[0~;~2]$.




**a.** $g$ est concave sur l'intervalle $[0~;~2]$.

**b.** $g''(x) \geqslant 0$ pour tout $x \in [0~;~2]$.

**c.** $\boxed{\text{La courbe } \mathscr{C} \text{ admet un point d'inflexion sur } [0~;~2].}$

**d.** $g'(1) > 0$.

> On procède par élimination : $g$ n'est ni concave ni convexe sur tout l'intervalle $[0~;~2]$, donc on élimine les réponses **a** et **b**, et la tangente à la courbe en $x = 1$ a un coefficient directeur négatif donc on peut éliminer la réponse **d**.
> **Réponse c.**

**3.** Soit $I = \displaystyle\int_0^{\ln 2} 3\,\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$. On a :

**a.** $\boxed{I = 3}$

**b.** $I = 6$

**c.** $I = -3$

**d.** $I = 3\ln(2)$

> $I = \displaystyle\int_0^{\ln 2} 3\,\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = \left[\,3\,\mathrm{e}^{x}\right]_0^{\ln 2} = 3\,\mathrm{e}^{\ln 2} - 3\,\mathrm{e}^{0} = 3\times 2 - 3 = 3$
> **Réponse a.**

**4.** Pour tout évènement $E$, on note $P(E)$ sa probabilité. Soit $X$ une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètre $n = 10$ et $p = 0,3$.

**a.** $P(X = 3) = 120 \times 0,3^2 \times 0,78$

**b.** $P(X = 3) = 12 \times 0,3^3 \times 0,7^7$

**c.** $\boxed{P(X \geqslant 1) \approx 0,972}$

**d.** L'espérance de $X$ est 5,15.

$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ donc $P(X = 3) = \binom{10}{3} 0,3^3 (1-0,3)^{10-3} = 120 \times 0,3^3 \times 0,7^7$
On peut donc éliminer les réponses **a** et **b**.
L'espérance mathématique est $np = 10 \times 0,3 = 3$ donc on peut éliminer la réponse **d.**
**Réponse c.**

## EXERCICE 2 — 5 POINTS

**Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L**

Dans un quartier d'une petite ville, les services de Pôle Emploi ont relevé le nombre de demandeurs d'emploi chaque trimestre. Après observations, ils constatent que, chaque trimestre, 123 nouveaux demandeurs d'emploi s'inscrivent tandis que 37,5 % des chômeurs trouvent un emploi et sont retirés des listes. Au début du premier trimestre 2017 (1^er^ janvier 2017), le nombre de demandeurs d'emploi était de 490.

On note $u_n$ le nombre de demandeurs d'emploi au début du $n$-ième trimestre après le 1^er^ janvier 2017. Ainsi, $u_1 = 490$.

**1.** Le nombre de demandeurs d'emploi au début du deuxième trimestre 2017 est $u_2$.

On retire 37,5 % à 490, ce qui donne $490 - 490 \times \dfrac{37,5}{100}$ soit 306 en arrondissant à l'unité.

On ajoute 123 au résultat obtenu pour obtenir $u_2$ : $u_2 = 306 + 123 = 429$.

Le nombre de demandeurs d'emploi au début du troisième trimestre 2017 est $u_3$.

$429 - 429 \times \dfrac{37,5}{100}$ a pour arrondi à l'unité 268. $u_3 = 268 + 123 = 391$

**2.** Retirer 37,5 %, c'est multiplier par $1 - \dfrac{37,5}{100} = 0,625$.

On passe du trimestre $n$ au trimestre $n+1$ en multipliant par 0,625 puis en ajoutant 123, donc, pour tout $n$ de $\mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = 0,625u_n + 123$.

**3.** On définit la suite $(v_n)$ par : pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = u_n - 328$.

**a.** Comme $v_n = u_n - 328$, alors $u_n = v_n + 328$.

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 328 = \left(0,625u_n + 123\right) - 328 = 0,625u_n + 123 - 328 = 0,625\left(v_n + 328\right) - 205 \\ &= 0,625v_n + 205 - 205 = 0,625v_n \end{aligned}$$

$v_1 = u_1 - 328 = 490 - 328 = 162$

Donc la suite $(v_n)$ est géométrique de raison $q = 0,625$ et de terme initial $v_1 = 162$.

**b.** On en déduit que, pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = v_1 \times q^{n-1} = 162 \times 0,625^{n-1}$.

**c.** Comme $u_n = v_n + 328$, on peut dire que, pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on a

$$u_n = 162 \times 0,625^{n-1} + 328.$$

**4.** Le début du deuxième trimestre 2019 correspond à $n = 10$ ; $u_{10} \approx 330$.

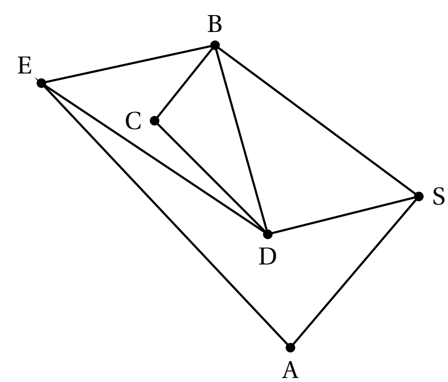
Le nombre de demandeurs d'emploi au début du deuxième trimestre 2019 est estimé à 330.

5. Le directeur de l'agence a pour son objectif de diminuer le nombre de demandeurs d'emploi de 30 % par rapport au premier trimestre 2017 ; il faut donc un nombre de demandeurs d'emploi de $490 \times \left(1-\dfrac{30}{100}\right)=343$.
On cherche donc $n$ tel que $u_n \leqslant 343$ ; on résout cette inéquation :
$$u_n \leqslant 343 \iff 162\times 0{,}625^{n-1}+328 \leqslant 343 \iff 0{,}625^{n-1} \leqslant \dfrac{343-328}{162} \iff 0{,}625^{n-1} \leqslant \dfrac{5}{54}$$
$$\iff \ln\left(0{,}625^{n-1}\right) \leqslant \ln\left(\dfrac{5}{54}\right) \iff (n-1)\times \ln(0{,}625) \leqslant \ln\left(\dfrac{5}{54}\right) \iff n-1 \geqslant \dfrac{\ln\left(\frac{5}{54}\right)}{\ln(0{,}625)}$$
$$\iff n \geqslant 1+\dfrac{\ln\left(\frac{5}{54}\right)}{\ln(0{,}625)}$$
$1+\dfrac{\ln\left(\frac{5}{54}\right)}{\ln(0{,}625)} \approx 6{,}1$ donc le directeur atteindra son objectif à partir du trimestre $n=7$ soit à partir du troisième trimestre de 2018.

**EXERCICE 2** **5 POINTS**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Naïma fait partie d'une école de musique. En vue du spectacle de fin d'année, elle souhaite déposer à vélo des affiches publicitaires sur les panneaux de sa ville. Les pistes cyclables reliant ces panneaux sont représentées sur le graphe $\mathscr{G}$ ci-contre. Le sommet E désigne son école de musique, le sommet S la salle de spectacle et les sommets A, B, C, et D les panneaux d'affichage.




1. **a.** Il n'y a pas d'arête entre les sommets A et D donc le graphe $\mathscr{G}$ n'est pas complet.
   **b.** En considérant le chemin E - A - S - D - C - B, on voit que deux sommets quelconques peuvent être reliés par un chemin, donc le graphe $\mathscr{G}$ est connexe.
2. Naïma veut déposer ses affiches sur tous les panneaux en allant de son école de musique à la salle de spectacle et en empruntant une et une seule fois chaque piste cyclable.
On détermine les degrés des sommets :

| Sommet | E | A | B | C | D | S |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Degré | 3 | 2 | 4 | 2 | 4 | 3 |

Il n'y a que deux sommets de degrés impairs, E et S, donc d'après le théorème d'Euler, il existe des trajets qui partent de E, arrivent à S, et passent par toutes les arêtes.
Par exemple : E - A - S - D - E - B - C - D - B - S
3. La matrice d'adjacence $M$ liée à ce graphe dans laquelle les sommets seront classés dans l'ordre suivant : E, A, B, C, D, S est obtenue en marquant un 1 entre deux sommets qui sont reliés par une arête, un 0 sinon : $M=\begin{pmatrix}0&1&1&0&1&0\\1&0&0&0&0&1\\1&0&0&1&1&1\\0&0&1&0&1&0\\1&0&1&1&0&1\\0&1&1&0&1&0\end{pmatrix}$

**4.** On donne la matrice incomplète $M^2$ : $M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & \ldots & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & 3 & 1 \\ \ldots & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

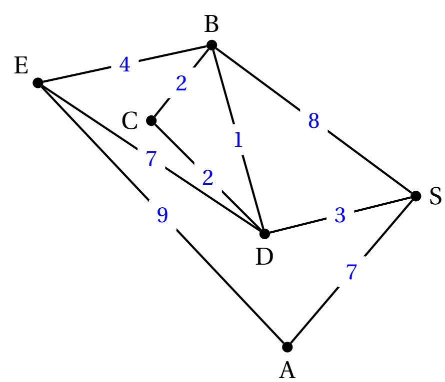
**a.** On détermine les coefficients manquants de la matrice $M^2$.

- La matrice $M$ est symétrique donc la matrice $M^2$ est symétrique ; les deux coefficients qui manquent étant symétriques par rapport à la diagonale, ils sont égaux.
- Le coefficient situé sur la 1^re^ ligne et 4^e^ colonne de la matrice $M^2$ est la somme du produit des coefficients situés sur la 1^re^ ligne de $M$ et la 4^e^ colonne de $M$, c'est-à-dire : $0 \times 0 + 1 \times 0 + 1 \times 1 + 0 \times 0 + 1 \times 1 + 0 \times 0 = 2$.

**b.** Le nombre de chemins permettant de se rendre de l'école de musique (1^er^ sommet E) à la salle de spectacle (5^e^ sommet S) en empruntant exactement deux pistes cyclables se trouve à l'intersection de la 1^re^ ligne et 5^e^ colonne de la matrice $M^2$.

À cette intersection se trouve le nombre 3, il y a donc trois chemins permettant de se rendre de l'école de musique à la salle de spectacle en empruntant exactement deux pistes cyclables. Ce sont : E - A - S ; E - B - S et E - D - S.

**5.** Lorsqu'elle a déposé ses affiches, Naïma a relevé le temps de trajet entre chaque panneau d'affichage. Le graphe ci-dessous indique ces durées, exprimées en minutes.




À l'aide de l'algorithme de Dijkstra, on détermine le chemin permettant à Naïma de se rendre le plus rapidement possible de son école de musique (E) à la salle de spectacle (S) le soir de la représentation.

| E | A | B | C | D | S | On garde |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | E |
| | $\cancel{\infty}$<br>9 E | $\cancel{\infty}$<br>4 E | $\infty$ | $\cancel{\infty}$<br>7 E | $\infty$ | B |
| | 9 E | | $\cancel{\infty}$<br>6 B | ~~7 E~~<br>5 B | $\cancel{\infty}$<br>12 B | D |
| | 9 E | | 6 B<br>~~7 D~~ | | ~~12 B~~<br>8 D | C |
| | 9 E | | | | 8 D | S |

Le chemin le plus court est : E $\xrightarrow{4}$ B $\xrightarrow{1}$ D $\xrightarrow{3}$ S : il dure 8 minutes.

**EXERCICE 3** **6 POINTS**

**Commun à tous les candidats**

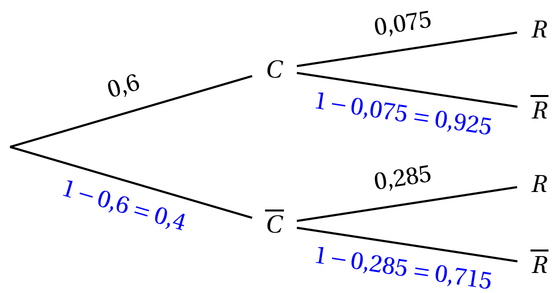
Dans une entreprise, 60 % des salariés viennent au travail en transports en commun et parmi eux, seulement 7,5 % ont un trajet d'une durée inférieure à 30 minutes. Parmi les employés qui n'utilisent pas les transports en commun, 28,5 % ont un trajet d'une durée inférieure à 30 minutes.

On interroge au hasard un employé de l'entreprise et on considère les évènements suivants :

- $C$ : « l'employé utilise les transports en commun » ;
- $R$ : « le trajet de l'employé a une durée inférieure à 30 minutes ».

**Partie A**

1. On construit l'arbre pondéré représentant la situation :




2. **a.** $P(C \cap R) = P(C) \times P_C(R) = 0,6 \times 0,075 = 0,045$ ; on peut donc dire qu'il y a 4,5 % d'employés qui prennent les transports en commun et qui mettent moins de 30 minutes.

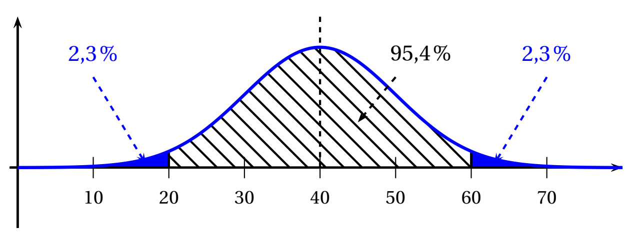
   **b.** D'après la formule des probabilités totales :
   $P(R) = P\left(C \cap R\right) + P\left(\overline{C} \cap R\right) = 0,045 + 0,4 \times 0,285 = 0,159.$

3. On interroge un employé choisi au hasard dont la durée du trajet est inférieure à 30 minutes. La probabilité qu'il utilise les transports en commun est
$P_R(C) = \dfrac{P(C \cap R)}{P(R)} = \dfrac{0,045}{0,159} \approx 0,284.$

**Partie B**

Une étude a montré que la durée du trajet en minutes d'un employé peut être modélisée par une variable aléatoire $X$ qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 40$ et d'écart type $\sigma = 10$.

1. $P(X \leqslant 30) \approx 0,159$. Ce résultat est égal à $P(R)$ donc il est cohérent avec la partie A.
2. $P(20 \leqslant X \leqslant 60) = P(\mu - 2\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0,954$.




D'après la fonction densité de la loi normale qui est symétrique par rapport à la droite $x = \mu$ c'est-à-dire $x = 40$, on a $P(X < 20) = P(X > 60)$.

Or $P(X < 20) + P(20 \leqslant X \leqslant 60) + P(X > 60) = 1$ ; donc

$P(X > 60) = \dfrac{1 - P(20 \leqslant X \leqslant 60)}{2} \approx \dfrac{1 - 0,954}{2} = 0,023.$

**3.** Dans cette question, on se propose de déterminer le plus petit entier $a$ tel que $P(X \geqslant a) \approx 0{,}008$.

**a.** On admet que lorsque la valeur de $a$ augmente, la valeur de $P(X \geqslant a)$ diminue.

On considère l'algorithme ci-dessous, où $X$ est une variable aléatoire qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 40$ et d'écart type $\sigma = 10$.

On complète l'algorithme afin qu'il permette de répondre à la question.

```
a ← 60
Y ← 0,023
Tant que Y > 0,008
    a ← a + 1
    Y ← P(X ⩾ a)
Fin Tant que
```

**b.** On exécute cet algorithme. On complète le tableau suivant :

| $a$ | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Y$ | 0,023 | 0,018 | 0,014 | 0,011 | 0,008 2 | 0,006 |

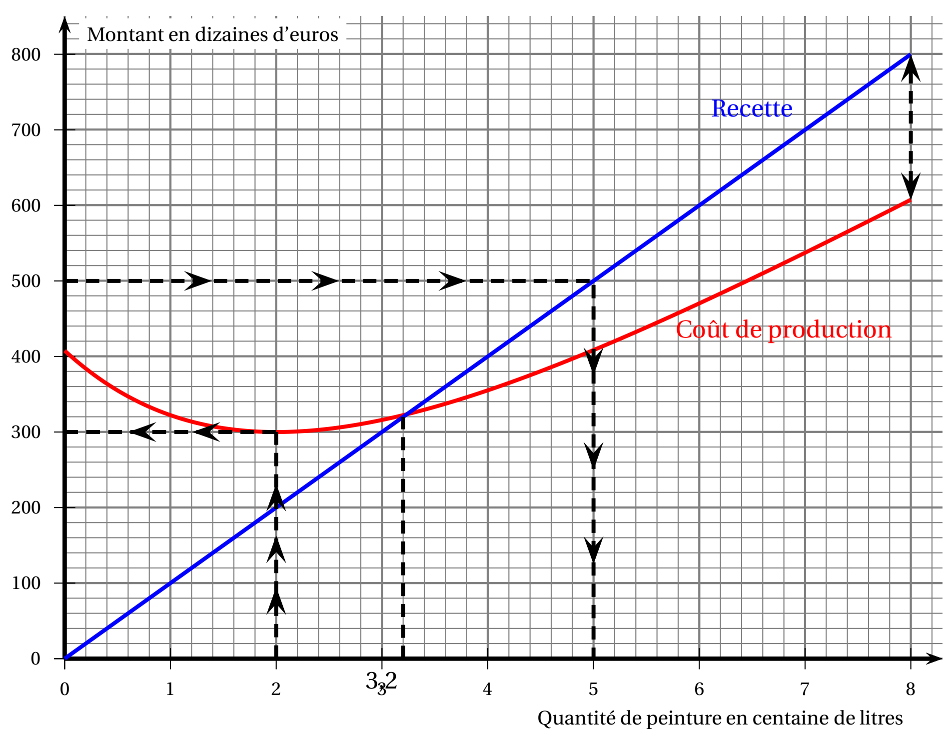
**4.** La valeur de $a$ obtenue après exécution de l'algorithme est donc $a = 65$.

Cela signifie que la probabilité qu'un employé fasse un trajet de plus de 65 minutes est inférieure à 0,008.

## EXERCICE 4 — 5 POINTS

Commun à tous les candidats

L'entreprise ECOLOR est spécialisée dans la production et la vente de peinture éco-responsable. La production quotidienne varie entre 0 et 800 litres. Toute la production est vendue. Les montants de la recette et du coût sont exprimés en dizaine d'euros.



**Partie A : lecture graphique**

1. Le coût de production de 200 litres de peinture est 10 fois l'image de 2 par la fonction « Coût de production », c'est-à-dire 3 000 €.
2. La production de peinture pour avoir une recette de 5 000 euros est 100 fois l'antécédent de 500 par la fonction « Recette » représentée sur le graphique, c'est-à-dire 500 litres.
3. L'entreprise réalise un bénéfice quand la représentation graphique de la fonction « Recette » est au-dessus de la représentation graphique de la fonction « Coût de production ». L'abscisse du point d'intersection des deux courbes est environ 3,2 donc l'entreprise réalise un bénéfice pour une production supérieure à 320 litres.
4. Le bénéfice est la différence entre la recette et le coût de production; il semble maximum pour $x = 8$ donc pour une production de 800 litres de peinture.
   Sa valeur est un peu inférieure à 2 000 euros.
   Donc l'entreprise ne peut pas réaliser un bénéfice de plus de 3 000 euros pour une production quotidienne variant entre 0 et 800 litres.

**Partie B : étude du bénéfice**

Le bénéfice en dizaine d'euros correspondant à la vente de $x$ centaines de litres de peinture est donné par la fonction $f$ définie sur l'intervalle $[0~;~8]$ par : $f(x) = 25x - 150\,\text{e}^{-0,5x+1}$.

1. $f(0) = 0 - 150\,\text{e}^{1} = -150\,\text{e}$ qui a pour valeur arrondie au centième $-407,74$.
   $f(8) = 25 \times 8 - 150\,\text{e}^{-4+1} = 200 - 150\,\text{e}^{-3}$ qui a pour valeur arrondie au centième 192,53.
2. La fonction $f$ est dérivable sur $[0~;~8]$ et $f'(x) = 25 - 150 \times (-0,5)\,\text{e}^{-0,5x+1} = 25 + 75\,\text{e}^{-0,5x+1}$.
3. Pour tout réel $X$, $\text{e}^{X} > 0$ donc pour tout $x$, $\text{e}^{-0,5x+1} > 0$ et donc $f'(x) > 0$ sur $[0~;~8]$.
   La fonction $f$ est donc strictement croissante sur $[0~;~8]$.
4. **a.** On établit le tableau des variations de $f$ sur $[0~;~8]$ :

| $x$ | $0$ | $\alpha$ | $8$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-150\,\text{e} < 0$ | $0$ | $200 - 150\,\text{e}^{-3} > 0$ |

   On en déduit que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur l'intervalle $[0~;~8]$ ; on l'appelle $\alpha$.

   $\left.\begin{array}{l} f(3) \approx -16 < 0 \\ f(4) \approx 45 > 0 \end{array}\right\}$ donc $\alpha \in [3~;~4]$  $\left.\begin{array}{l} f(3,2) \approx -2,3 < 0 \\ f(3,3) \approx 4,2 > 0 \end{array}\right\}$ donc $\alpha \in [3,2~;~3,3]$

   $\left.\begin{array}{l} f(3,23) \approx -0,35 < 0 \\ f(3,24) \approx 0,31 > 0 \end{array}\right\}$ donc $\alpha \in [3,23~;~3,24]$

   $\left.\begin{array}{l} f(3,235) \approx -0,019 < 0 \\ f(3,236) \approx 0,047 > 0 \end{array}\right\}$ donc $\alpha \in [3,235~;~3,236]$

   La valeur arrondie de $\alpha$ au centième est donc 3,24.

   **b.** L'entreprise réalisera donc un bénéfice à partir de $\alpha$ centaines de litres, soit 324 litres de peinture.