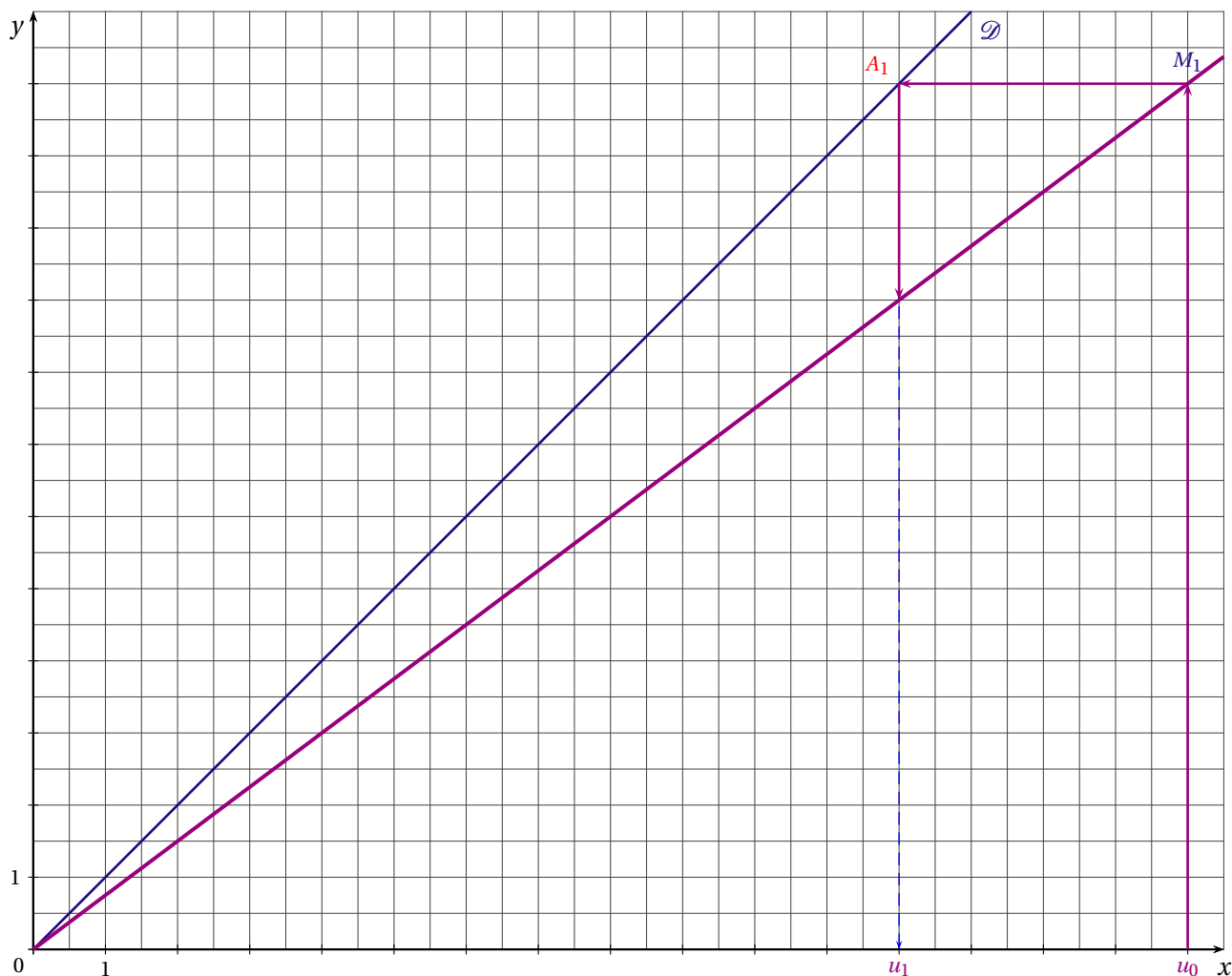


EXERCICE 1

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 16$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,75 \times u_n$.

PARTIE A

1. a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
- b) Exprimer, pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n .
- c) Étudier la monotonie de la suite (u_n) .
2. On a tracé ci-dessous dans un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = 0,75x$ et la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x$.



- a) Construire sur le graphique les termes de la suite $u_2, u_3, \dots, u_{10}$.
- b) Que peut-on conjecturer à propos de la limite de la suite (u_n) ?
3. On considère l'algorithme suivant :

```

N ← 0
U ← 16
Tant que U > 0,01
    U ← 0,75 × U
    N ← N + 1
Fin Tant que
    
```

Que représente pour la suite (u_n) la valeur finale de la variable N calculée par cet algorithme?

PARTIE B

On note S_n la somme des $n + 1$ premiers termes de la suite u_n :

$$S_n = \sum_{k=0}^n u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n.$$

1. Calculer S_4 .
2. Recopier et compléter l'algorithme suivant pour qu'il calcule la valeur de la somme S_n pour un entier donné.

```

U ← ...
S ← ...
Pour I allant de 1 à N
    U ← ...
    S ← ...
Fin Pour
    
```

3. a) Montrer que pour tout entier n , $S_n = 64(1 - 0,75^{n+1})$.
b) Vers quel réel tend S_n quand n tend vers $+\infty$?

EXERCICE 2

Une revue spécialisée est diffusée uniquement par abonnement.

On estime que chaque année 85 % des abonnés renouvelleront leur abonnement et que 12 mille nouvelles personnes souscriront un abonnement.

En 2015, il y avait 40 mille abonnés à cette revue.

On note a_n le nombre de milliers d'adhérents pour l'année 2015 + n ; on a donc $a_0 = 40$.

1. Pour tout entier naturel n , exprimer a_{n+1} en fonction de a_n .
2. On considère l'algorithme suivant :

```

N ← 0
A ← 40
Tant que A ≤ S
    A ← 0,85 × A + 12
    N ← N + 1
Fin Tant que
    
```

Pour la valeur de la variable $S = 70$, la valeur finale de la variable N est $N = 9$. Interpréter ce résultat.

3. Soit la suite (u_n) définie par $u_n = a_n - 80$ pour tout $n \geq 0$.
 - a) Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b) Démontrer que, pour tout entier naturel n , $a_n = 80 - 40 \times 0,85^n$.
 - c) Selon ce modèle, le directeur de cette revue peut-il envisager de la diffuser à 100 mille exemplaires?

EXERCICE 3

(D'après sujet bac Liban 2017)

Les deux parties sont indépendantes

PARTIE A : L'accord de Kyoto (1997)

Le principal gaz à effet de serre (GES) est le dioxyde de carbone, noté CO_2 .

En 2011, la France a émis 486 mégatonnes de GES en équivalent CO_2 contre 559 mégatonnes en 1990.

1. Dans l'accord de Kyoto, la France s'est engagée à réduire ses GES de 8 % entre 1990 et 2012.
Peut-on dire qu'en 2011 la France respectait déjà cet engagement? Justifier la réponse.
2. Sachant que les émissions de 2011 ont marqué une baisse de 5,6 % par rapport à 2010, calculer le nombre de mégatonnes en équivalent CO₂ émises par la France en 2010. Arrondir le résultat à 0,1.

PARTIE B : Étude des émissions de gaz à effet de serre d'une zone industrielle

Un plan de réduction des émissions de gaz à effet de serre (GES) a été mis en place dans une zone industrielle. On estime que, pour les entreprises déjà installées sur le site, les mesures de ce plan conduisent à une réduction des émissions de 2 % d'une année sur l'autre et que, chaque année, les implantations de nouvelles entreprises sur le site génèrent 200 tonnes de GES en équivalent CO₂.

En 2005, cette zone industrielle a émis 41 milliers de tonnes de CO₂ au total.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre de milliers de tonnes de CO₂ émis dans cette zone industrielle au cours de l'année 2005 + n .

1. Déterminer u_0 et u_1 .
2. Montrer que, pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,98 \times u_n + 0,2$.
3. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = u_n - 10$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,98. Préciser son premier terme.
 - b) Exprimer v_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .
 - c) En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 31 \times (0,98)^n + 10$.
4. a) Calculer la limite de la suite (u_n) .
b) Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. À l'aide de l'algorithme ci-dessous, on se propose de déterminer l'année à partir de laquelle la zone industrielle aura réduit au moins de moitié ses émissions de CO₂, par rapport à l'année 2005.

- a) Recopier et compléter les lignes 3 et 4 de l'algorithme :

1	$U \leftarrow 41$
2	$n \leftarrow 0$
3	Tant que ...
4	$U \leftarrow \dots$
5	$n \leftarrow n + 1$
6	Fin Tant que

- b) La valeur de n calculée à la fin de l'algorithme est 54. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 4

En raison de l'évaporation, une piscine perd chaque semaine 3 % de son volume d'eau.

On remplit ce bassin avec 90 m³ d'eau et, pour compenser la perte due à l'évaporation, on décide de rajouter chaque semaine 2,4 m³ d'eau dans le bassin.

On note u_n le nombre de m³ d'eau contenu dans ce bassin au bout de n semaines.

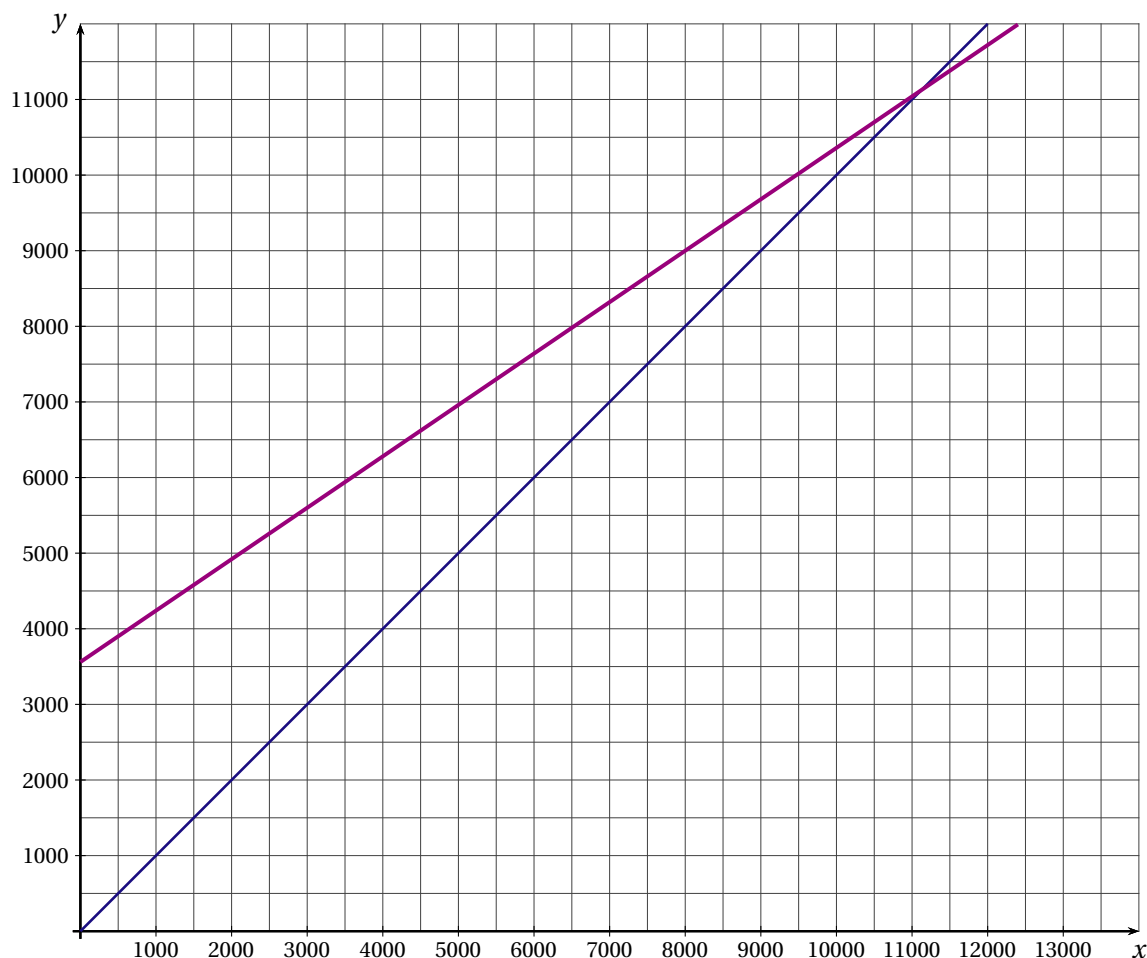
On a donc $u_0 = 90$ et, pour tout entier n , $u_{n+1} = 0,97 \times u_n + 2,4$.

1. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 80$.
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - b) Exprimer v_n en fonction de n . En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 80 + 10 \times 0,97^n$.
2. Étudier la monotonie de la suite u_n .
3. Déterminer la limite de la suite (u_n) . Interpréter ce résultat.

EXERCICE 5

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 5500$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,68 \times u_n + 3560$.

1. a) Utiliser les droites d'équations $y = x$ et $y = 0,68x + 3560$ pour construire les quatre premiers termes de la suite (u_n) .



Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n) ainsi que la limite de la suite (u_n) .

- b) Donner une interprétation de la valeur finale de la variable k calculée par l'algorithme suivant :

```

A ← 5500
k ← 0
Tant que A < 11000
    k ← k + 1
    A ← 0,68 × A + 3560
Fin Tant que
    
```

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n , par $v_n = u_n - 11125$.
- Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - Exprimer, pour tout entier naturel n , v_n en fonction de n .
En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 11125 - 5625 \times 0,68^n$.
 - La suite (u_n) est-elle convergente?

PARTIE B

Une revue spécialisée est diffusée uniquement par abonnement.

Une étude statistique a permis de constater que d'une année sur l'autre, 32% des abonnés ne renouvellent pas leur abonnement et 3 560 nouvelles personnes souscrivent un abonnement.

En 2015, il y avait 5 500 abonnés à cette revue.

- Donner une estimation du nombre d'abonnés à cette revue en 2017.
- Pour tout nombre entier naturel n , on note u_n le nombre d'abonnés à la revue l'année 2015 + n .
Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- Selon ce modèle, est-il possible d'envisager une diffusion supérieure à 12 000 abonnés?
 - À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnés à la revue sera supérieur à 11 000.

EXERCICE 6

En 2015, la population d'une ville était de 40 000 habitants. Une étude portant sur l'évolution démographique, a permis d'établir que chaque année, 8 % des habitants quittent la ville et 4 000 nouvelles personnes emménagent.

On note u_n le nombre de milliers d'habitants de cette ville l'année 2016 + n ; on a donc $u_0 = 40$.

- Selon ce modèle, à combien peut-on évaluer la population de cette ville en 2016?
- Justifier que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,92 \times u_n + 4$.
- On considère l'algorithme suivant :

```

N ← 0
U ← 40
Tant que U ≤ 44
    N ← N + 1
    U ← 0,92 × U + 4
Fin Tant que
    
```

Recopier et compléter le tableau suivant autant que nécessaire en arrondissant les résultats au millièème près.

N	0	1	...	
U	40		...	
Test $U \leq 44$	Vrai		...	

Quelle est la valeur de la variable N à la fin de l'exécution de cet algorithme? Interpréter ce résultat.

- On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 50$.
 - Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - Exprimer v_n en fonction de n . En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 50 - 10 \times 0,92^n$.
- Étudier la monotonie de la suite u_n .
- Déterminer la limite de la suite (u_n) . Interpréter ce résultat.

EXERCICE 7

PARTIE A

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 15$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 1,04u_n - 0,5$.

- On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 12,5$.
 - Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - Exprimer v_n en fonction de n .
En déduire que, pour tout nombre entier naturel n , $u_n = 2,5 \times 1,04^n + 12,5$.
- Montrer que la suite (u_n) est croissante.
- Déterminer la limite de la suite (u_n) .

PARTIE B

Le 1^{er} janvier 2014, la population d'une ville comptait 15 milliers d'habitants.

Les études démographiques sur les dernières années ont permis d'établir que la population de cette ville à partir du 1^{er} janvier 2014 peut être modélisée par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre de milliers d'habitants de la ville le 1^{er} de l'année 2014 + n .

Une réorganisation des transports en commun sera nécessaire dès que la population dépassera 16 000 habitants.

On considère l'algorithme suivant :

```

U ← 15
N ← 0
Tant que U < 16
    U ← 1,04 × U - 0,5
    N ← N + 1
Fin Tant que
    
```

- Déterminer la valeur finale de N calculée par cet algorithme.
- Interpréter le résultat précédent.

EXERCICE 8

Le 1^{er} janvier 2014, la médiathèque d'une commune disposait d'un stock de 40 000 ouvrages.

Chaque année, le gestionnaire supprime 8 % des ouvrages, trop usagés ou abîmés, et achète 6 000 ouvrages neufs.

On s'intéresse à l'évolution du nombre de milliers d'ouvrages disponibles au 1^{er} janvier de chaque année.

La situation est modélisée par une suite (u_n) où le terme u_n est le nombre, **en milliers**, d'ouvrages disponibles le 1^{er} janvier de l'année (2014 + n).

- Calculer le nombre d'ouvrages disponibles au 1^{er} janvier 2016.
- Donner une expression de u_{n+1} en fonction de u_n .
- Des travaux de réaménagement des locaux seront nécessaires dès que le stock dépassera 50 000 ouvrages.

On considère l'algorithme suivant :

```

N ← 0
U ← 40
Tant que U ≤ 50
    U ← 0,92 × U + 6
    N ← N + 1
Fin Tant que
N ← N + 2014
    
```

- a) Recopier et compléter le tableau suivant autant que nécessaire en arrondissant les résultats au millièmes près.

N	0	1	...	
U	40		...	
Condition $U \leq 50$	Vraie		...	

- b) Quelle est la valeur de la variable N obtenue à la fin de l'exécution de cet algorithme? Interpréter ce résultat.

- On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 75$.

- a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

- b) Exprimer v_n en fonction de n . En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 75 - 35 \times 0,92^n$.
5. Étudier la monotonie de la suite (u_n) .
6. Déterminer la limite de la suite (u_n) . Interpréter ce résultat.

EXERCICE 9

Usines, bureaux, commerces, hôtels, etc. : les établissements constituent le tissu productif d'un territoire. En France, entre les 1^{er} janvier 2008 et 2013, le nombre d'établissements est passé de 3,5 millions à 4,2 millions dans les activités marchandes hors agriculture. Cette croissance s'accompagne d'un important renouvellement des établissements sous forme d'entrées et de sorties du tissu productif.

MODÉLISATION

On estime que chaque année, sur la période entre les 1^{er} janvier 2008 et 2013 :

- le taux de sortie annuel moyen des établissements par le biais de cessations d'activités et transferts géographiques (déménagements) est de 17,5 %;
- le nombre d'entrées annuel par le biais de créations d'entreprises, de reprises ou de transferts (emménagements) est de 812 000 établissements.

L'évolution nombre d'établissements est modélisée par la suite (u_n) où le terme u_n est le nombre, **en millions**, d'établissements le 1^{er} janvier de l'année $(2008 + n)$. Ainsi, $u_0 = 3,5$.

1. Justifier que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,825 \times u_n + 0,812$.
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 4,64$.
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - b) Exprimer v_n en fonction de n . En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 4,64 - 1,14 \times 0,825^n$.
3. Ce modèle permet-il d'obtenir une estimation fiable (approchée à moins de 0,01 million près) du nombre d'établissements en France, au 1^{er} janvier 2013?
4. En admettant que ce modèle reste valable pour les années suivantes :
 - a) Est-il possible d'envisager qu'en France, le nombre d'établissements atteigne 5 millions?
 - b) On souhaite écrire un algorithme qui permette d'afficher l'année à partir de laquelle le nombre d'établissements sera supérieur à 4,5 millions.

Parmi les trois algorithmes suivants, déterminer celui qui convient pour répondre au problème posé et expliquer pourquoi les deux autres ne conviennent pas.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
<pre> n ← 0 U ← 3,5 Tant que U ≤ 4,5 U ← 4,64 - 1,14 × 0,825ⁿ n ← n + 1 Fin Tant que n ← n + 2008 </pre>	<pre> n ← 0 U ← 3,5 Tant que U ≤ 4,5 U ← 0,825 × U + 0,812 n ← n + 1 Fin Tant que n ← n + 2008 </pre>	<pre> n ← 0 U ← 3,5 Tant que U > 4,5 U ← 0,825 × U + 0,812 n ← n + 1 Fin Tant que n ← n + 2008 </pre>

EXERCICE 10

Une commune met en place un nouveau service internet par abonnement. L'abonnement d'une durée de un an est renouvelable à la fin de chaque année.

On suppose que l'effectif de la population concernée par ce service n'évolue pas et est égal à 50 000.

On estime que chaque année, 79% des abonnés renouvelleront leur abonnement en fin d'année et que 4% des non abonnés d'une année s'abonneront l'année suivante.

La première année 400 personnes se sont abonnées à ce service.

- On note a_0 le nombre d'abonnés à ce service la première année, a_1 le nombre d'abonnés un an plus tard etc.
Calculer a_1 et a_2 .
- L'évolution du nombre d'abonnés à ce service est modélisée pour tout entier n par la suite (a_n) où le terme a_n est le nombre d'abonnés n années après la première année de la mise en place de ce service. On a donc $a_0 = 400$.
Justifier que pour tout entier n , $a_{n+1} = 0,75a_n + 2000$.
- On considère l'algorithme suivant :

```

N ← 0
A ← 400
Tant que A < 5000
    N ← N + 1
    A ← 0,75 × A + 2000
Fin Tant que
    
```

- a) Recopier et compléter autant que nécessaire les colonnes du tableau suivant en arrondissant les résultats à l'unité.

Valeur de N	0	1	...	
Valeur de A	400		...	
Condition $A < 5000$	Vraie		...	

- b) Donner la valeur finale de la variable N calculée par cet algorithme et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
- On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = a_n - 8000$.
 - Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - Exprimer u_n en fonction de n .
 - En déduire que pour tout entier naturel n , $a_n = 8000 - 7600 \times 0,75^n$.
 - Montrer que la suite (a_n) est croissante.
 - Calculer la limite de la suite (a_n) et interpréter ce résultat.
 - Le montant annuel d'un abonnement est de 30 €. On note S_n la somme totale perçue par le gestionnaire sur l'ensemble des n premières années après la mise en place de ce nouveau service.
Calculer le montant arrondi à la dizaine d'euros près de la somme perçue par le gestionnaire sur l'ensemble des cinq premières années.

EXERCICE 11

(D'après sujet bac Amérique du Nord 2017)

Une grande université, en pleine croissance d'effectifs, accueillait 27 500 étudiants en septembre 2016. Le président de l'université est inquiet car il sait que, malgré une gestion optimale des locaux et une répartition des étudiants sur les divers sites de son université, il ne pourra pas accueillir plus de 33 000 étudiants.

Une étude statistique lui permet d'élaborer un modèle de prévisions selon lequel, chaque année :

- 150 étudiants démissionnent en cours d'année universitaire (entre le 1^{er} septembre et le 30 juin) ;
- les effectifs constatés à la rentrée de septembre connaissent une augmentation de 4 % par rapport à ceux du mois de juin qui précède.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre d'étudiants estimé selon ce modèle à la rentrée de septembre 2016 + n , on a donc $u_0 = 27 500$.

1. a) Estimer le nombre d'étudiants en juin 2017.
b) Estimer le nombre d'étudiants à la rentrée de septembre 2017.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = 1,04u_n - 156$.
3. Recopier et compléter les lignes L3, L4 et L5 de l'algorithme suivant afin qu'il calcule le nombre d'années à partir duquel le nombre d'étudiants à accueillir dépassera la capacité maximale de l'établissement.

```

L1   $n \leftarrow 0$ 
L2   $U \leftarrow 27\,500$ 
L3  Tant que  $U \leq \dots$ 
L4     $n \leftarrow \dots$ 
L5     $U \leftarrow \dots$ 
L6  Fin Tant que
    
```

4. a) On fait fonctionner cet algorithme pas à pas.
Recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant le nombre nécessaire de colonnes; on arrondira les valeurs de U à l'unité.

	Initialisation	Étape 1	...
Valeur de n	0	...	
Valeur de U	27 500	...	

- b) Donner la valeur de n calculée par cet algorithme.
5. On cherche à calculer explicitement le terme général u_n en fonction de n .
Pour cela, on note (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = u_n - 3900$.
 - a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b) En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 23\,600 \times 1,04^n + 3900$.
 - c) Déterminer la limite de la suite (u_n) et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 12

(D'après sujet bac Polynésie 2017)

En 2015, les forêts couvraient environ 4 000 millions d'hectares sur terre. On estime que, chaque année, cette surface diminue de 0,4 %. Cette perte est en partie compensée par le reboisement, naturel ou volontaire, qui est estimé à 7,2 millions d'hectares par an.

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 4000$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,996 \times u_n + 7,2$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n , u_n permet d'obtenir une estimation de la surface mondiale de forêt, en millions d'hectares l'année 2015 + n .
2. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il calcule la première année pour laquelle la surface totale de forêt couvre moins de 3 500 millions d'hectares sur terre.

```

 $N \leftarrow 2015$ 
 $U \leftarrow 4000$ 
.....
.....
.....
.....
    
```

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 1800$.
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique puis préciser son premier terme et sa raison.
 - b) En déduire que pour tout entier naturel n , on a : $u_n = 2200 \times 0,996^n + 1800$.
 - c) Selon ce modèle et si le phénomène perdure, la surface des forêts sur terre va-t-elle finir par disparaître? Justifier la réponse.

4. Une étude montre que, pour compenser le nombre d'arbres détruits ces dix dernières années, il faudrait planter 140 millions d'arbres en 10 ans.

En 2016 on estime que le nombre d'arbres plantés par l'Organisation des Nations unies (ONU) est de 7,3 milliards.

On suppose que le nombre d'arbres plantés par l'ONU augmente chaque année de 10 %.

L'ONU peut-elle réussir à replanter 140 millions d'arbres de 2016 à 2025 ?

Justifier la réponse.