

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). A, B et C sont trois points dont on connaît les coordonnées, et on veut placer le point M donné par une égalité vectorielle.

EXEMPLE : On considère les trois points A(2 ; 1), B(3 ; -4) et C(-1 ; -3). On veut placer le point M tel que :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

1. D'abord, on va calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ qui permettent de définir le point M :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} & \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} & \overrightarrow{AC} & \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AB} & \begin{pmatrix} 3 - 2 \\ -4 - 1 \end{pmatrix} & \overrightarrow{AC} & \begin{pmatrix} -1 - 2 \\ -3 - 1 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AB} & \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} & \overrightarrow{AC} & \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

2. On va maintenant calculer les coordonnées du vecteur $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$:

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} & \begin{pmatrix} 2 \times 1 - (-3) \\ 2 \times (-5) - (-4) \end{pmatrix} \\ 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} & \begin{pmatrix} 2 + 3 \\ -10 + 4 \end{pmatrix} \\ 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} & \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

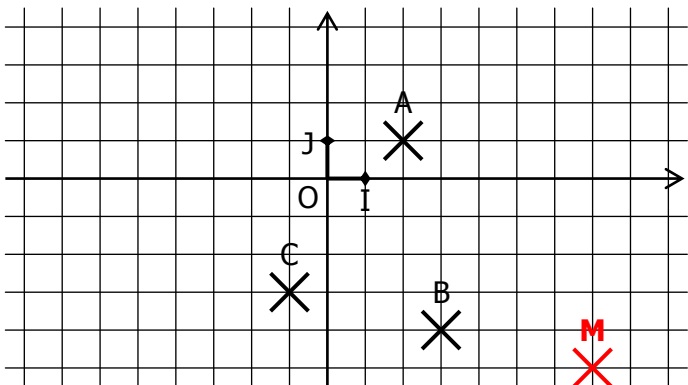
3. On ne connaît pas les coordonnées M. On va donc les appeler x et y, et on va calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AM}$ en fonction de x et y :

$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} \quad \text{donc} \quad \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x - 2 \\ y - 1 \end{pmatrix}$$

4. On utilise l'égalité $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ pour se ramener à deux équations dont x et y sont les inconnues :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} & \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 5 \\ y - 1 = -6 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 + 2 \\ y = -6 + 1 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = -5 \end{cases} \end{aligned}$$

CONCLUSION : M a pour coordonnées (7 ; -5)



EXERCICE 6D.1

On considère les trois points :

$$A(2 ; 1) \quad B(3 ; -4) \quad C(2 ; 0)$$

On veut placer le point M (x ; y) tel que :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
3. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AM}$ (en fonction de x et y).
4. Déterminer les coordonnées de M.

EXERCICE 6D.2

On considère les trois points :

$$A(3 ; -1) \quad B(0 ; 5) \quad C(-4 ; 1)$$

On veut placer le point M (x ; y) tel que :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Calculer les coordonnées de $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.
3. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AM}$ (en fonction de x et y).
4. Déterminer les coordonnées de M.

EXERCICE 6D.3

On considère les trois points :

$$A(3 ; -1) \quad B(0 ; 5) \quad C(-4 ; 1)$$

On veut placer le point M (x ; y) tel que :

$$\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$$

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AB}$.
2. Calculer les coordonnées de $2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$.
3. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BM}$ (en fonction de x et y).
4. Déterminer les coordonnées de M.

EXERCICE 6D.4

On considère les trois points :

$$A(4 ; 5) \quad B(-2 ; 7) \quad C(-7 ; 1)$$

On veut placer le point M (x ; y) tel que :

$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BC}$$

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
2. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BC}$.
3. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{CM}$ (en fonction de x et y).
4. Déterminer les coordonnées de M.