Chapitre 11 ~ Géométrie dans l'espace

I – Les solides usuels

1. La perspective cavalière

Définitions

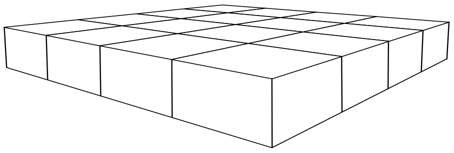
La représentation plane d'un solide en <u>perspective cavalière</u> respecte les points suivants :

- **l'alignement des points est conservé ;**
- **le parallélisme des droites est conservé ;**
- **les proportions de longueurs sont conservées ;**
- **les arêtes cachées (resp. visibles) sont dessinées en pointillés (resp. trait plein) ;**
- **la « face avant » est représentée en vraie grandeur (si c'est possible, sinon à l'échelle) ;**
- **les arêtes fuyantes sont représentées plus petites qu'en réalité (environ de moitié), avec un angle compris entre 30° et 45° par rapport à l'horizontale .**

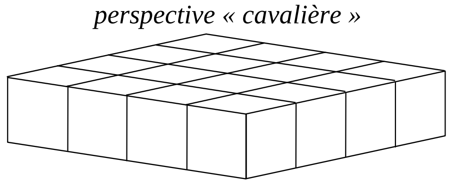
Remarque

Attention à ce que l'on peut « voir » :

perspective « classique »



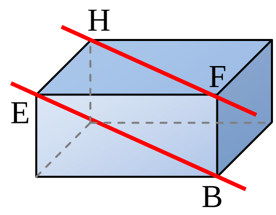
perspective « cavalière »



La difficulté principale de ce chapitre sera de raisonner dans l'espace à partir de figures du plan (dessinées sur une feuille de papier ou vues sur l'écran d'un ordinateur). La perspective cavalière ne correspond pas à la perspective à deux points de fuites que nous observons dans la réalité… mais est plus simple à utiliser en mathématiques du fait de sa définition !

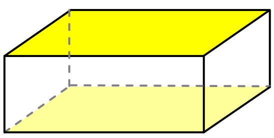
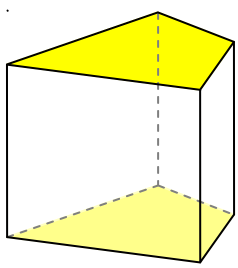
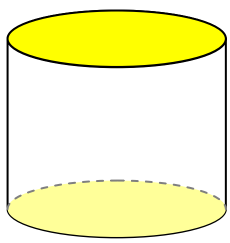
ATTENTION

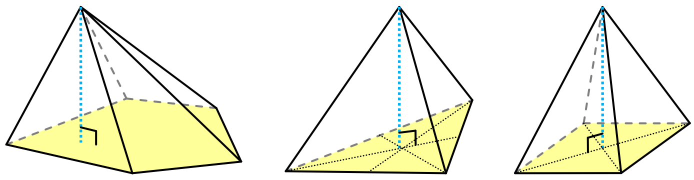
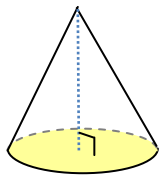
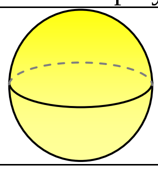
Dans la définition ci-dessus, ce sont des implications et non des équivalences… Par exemple, deux droites parallèles sur le plan ne sont pas forcément parallèles sur le solide :



TP : 1, 2 p. 247	En classe : 1 p. 251	Exercices : 2, 3 p. 251

2. Rappels des solides vus au collège

Les solides droits $\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$	Pavé droit (ou parallélépipède rectangle)	Prisme	Cylindre
			
	La base est un rectangle	La base est un polygone	La base est un disque

Les solides à pointe $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B} \times h$	Pyramide	Cône
	 La base est un polygone	 La base est un disque
Sphère		$\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3$, où R désigne le rayon.

Remarque

Une pyramide à base triangulaire est un **tétraèdre**. Un **tétraèdre régulier** est une pyramide dont les quatre faces sont des triangles équilatéraux. Une **pyramide régulière** a une base carrée.

	En classe : 4, 6 p. 251 + 10 p. 252 + 16 p. 253	Exercices : 5 p. 251 + 7, 11 p. 252 + 17 p. 253

II – Positions relatives de droites et de plan

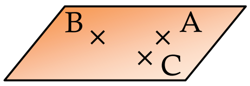
1. Qu'est-ce qu'un plan ?

Définitions

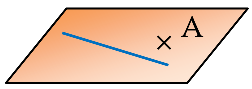
Par trois points non alignés de l'espace passe un unique plan. Si A, B et C sont ces trois points, on note cet unique plan (ABC). De manière générale, un plan est noté $\mathscr{P}$.

Remarque

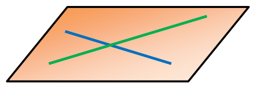
Un plan peut donc être défini de plusieurs manières différentes :

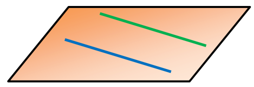


par 3 points non alignés

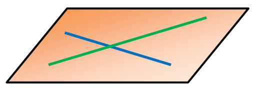
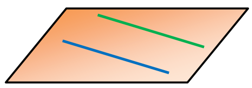
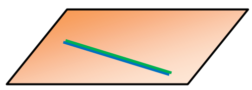
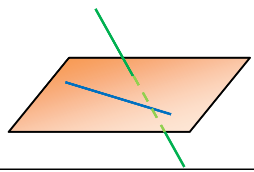
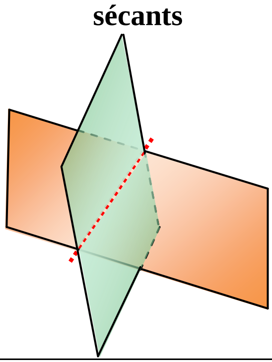
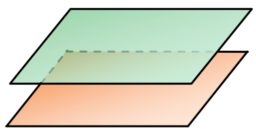


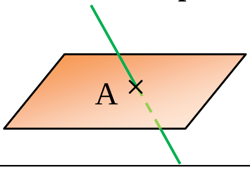
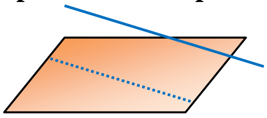
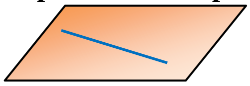
par un point et une droite ne contenant pas ce point


par deux droites sécantes

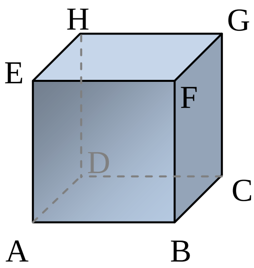

par deux droites strictement parallèles

2. Positions relatives

Dans l'espace, deux droites peuvent être	**coplanaires et sécantes** 	**coplanaires et parallèles** 	**coplanaires et confondues** 	**non-coplanaires** 
Deux plans de l'espace peuvent être	**sécants** 	**parallèles** 	**confondus** 	

Une droite de l'espace peut être	sécante à un plan	parallèle à un plan	comprise dans un plan
			

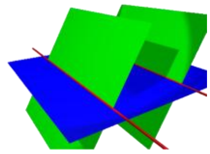
Exercice : Donner quatre paires de droites, trois paires de plans et trois paires droite-plan qui vérifient respectivement les dix critères ci-dessus en se basant sur la figure suivante :



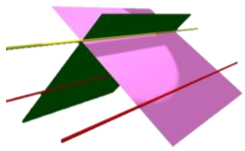
	En classe : 18, 21 p. 253 + 22 p. 254	Exercices : 19, 20 p. 253 + 23, 25 p. 254

II – Parallélisme dans l'espace

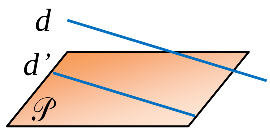
Voici quelques propriétés valables dans l'espace :



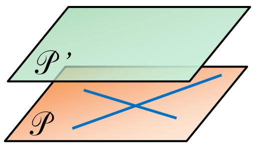
- Si deux plans sont parallèles, tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les deux droites d'intersections sont parallèles.



- ***Règle du toit*** : Si deux plans sont sécants et qu'une droite de l'un est parallèle à une droite de l'autre, alors leur droite d'intersection est parallèle à ces deux droites.



- Si une droite *d* est parallèle à une droite *d'* contenue dans un plan $\mathscr{P}$, alors *d* est parallèle au plan $\mathscr{P}$.



- Si deux droites parallèles à un même plan $\mathscr{P}$' sont contenues et sécantes dans un plan $\mathscr{P}$, alors ces deux plans sont parallèles.

Interrogation orale :	En classe : 26, 27 p. 255 + 32 p. 255	Exercices : 28, 29 p. 255 + 31 p. 255