Durée : 2 heures

∽ Corrigé du brevet des collèges Liban mai 2008 ∽

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. x et y représentent respectivement le prix d'une boule et celui d'une guirlande. Ces prix sont exprimés en euros.
2. **a.** L'opération qui consiste à appliquer une réduction de 20 % à un article dont le prix est P se traduit par l'égalité :
   $P - \dfrac{20\text{P}}{100} = P - 0,2P = P(1-0,2) = 0,8P.$
   On constate que cette réduction revient à multiplier ce prix P par $0,8$.

   b. L'achat du deuxième client se traduit par l'équation :
   $5(0,8x) + 5(0,8y) = 25,6$ ou $4x + 4y = 25,6$.
   En simplifiant par 4 on obtient : $x + y = 6,4$.
3. $\left\{\begin{array}{l} 6x + y = 18,4 \quad (1) \\ x + y = 6,4 \quad (2) \end{array}\right.$
   De (2) on tire $y = 6,4 - x$, valeur que l'on porte dans (1)
   $6x + 6,4 - x = 18,4$ ou $5x = 18,4 - 6,4 = 12$ soit $x = \dfrac{12}{5} = 2,40$ € et $y = 6,4 - 2,4 = 4$ €.
4. Le prix d'une boule est 2,40 €. Le prix d'une guirlande est 4 €.

Exercice 2

1. **a.** Développons et réduisons E. On utilise l'identité remarquable
   $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
   $E = x^2 - 10x + 25 + 2x^2 + x - 10x - 5 = 3x^2 - 19x + 20.$
   $E = 3x^2 - 19x + 20 \quad (1)$

   b. $x = \sqrt{3}$;
   $E = 3\left(\sqrt{3}\right)^2 - 19\sqrt{3} + 20 = 3 \times 3 - 19\sqrt{3} + 20 = 29 - 19\sqrt{3}.$

   c. Oui la forme développée permet de calculer plus rapidement et plus simplement E.
2. **a.** $E = 0$.
   Léa a vu que pour $x = 5$, $x - 5 = 0$, donc $E = 0$.

   b. Factorisons E par $x - 5$:
   $E = (x-5)[(x-5) + (2x+1)] = (x-5)(3x-4).$

   c. $E = 0$ si $x - 5 = 0$, déjà vu ou $3x - 4 = 0$ soit $x = \dfrac{4}{3}$.
3. Remplaçons x par $\dfrac{1}{9}$ dans (1)
   $E = 3 \times \dfrac{1}{9}^2 - \dfrac{19}{9} + 20 = \dfrac{3}{81} - \dfrac{19}{9} + 20 = \dfrac{1}{27} - \dfrac{19}{9} + 20 = \dfrac{1}{27} - \dfrac{57}{27} + \dfrac{540}{27} = \dfrac{484}{27}$,
   fraction irréductible car $484 = 11^2 \times 2^2$ et $27 = 3^3$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. $\sin \widehat{ACB} = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AB}{BC}$;
   $\sin \widehat{ACB} = \dfrac{3}{BC}$ d'où BC $= \dfrac{3}{\sin 30°}$. Réponse C.
2. Triangle 7 (donc réponse C) car la rotation de centre B d'angle 120°(2 fois 60°) s'effectue dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.
3. Traçons la droite (OB).
   On a alors $\widehat{AOC} = \widehat{AOB} + \widehat{BOC}$
   $\widehat{AOC} = \widehat{AOB} + 2\widehat{BDC}$ (propriété des angles inscrits)
   $\widehat{AOC} = 64° + 40° = 104°$. Réponse B.
4. D'après le théorème de Thalès on a :
   $\dfrac{AC}{CD} = \dfrac{BC}{CE}$ soit $\dfrac{2}{5} = \dfrac{BC}{CE}$. Réponse C.

Exercice 2(note : les vecteurs ne sont plus au programme de 3e en France)

1. image 4
2. Les coordonnées du milieu M de [AC] sont données par les formules suivantes :
   $x_M = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{1-2}{2} = -\dfrac{1}{2}$;
   $y_M = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{3+1}{2} = 2$.
3. $\overrightarrow{BC} = \left(x_C - x_B ; y_C - y_B\right) = (-4\ ;\ 2)$
4. ABCE est un parallélogramme si $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$ ce qui se traduit par les égalités :
   $x_E - x_A = -4$ et $y_E - y_A = 2$;
   $x_E - 1 = -4$ et $y_E - 3 = 2$.
   On obtient $x_E = -3$ et $y_E = 5$.
5. **a.** D est le centre du triangle équilatéral. Donc $DB = DG = DF$.
   On trace le cercle de centre D et de rayon $[DB]$. On construit un angle au centre BDx de 120° ; Dx coupe le cercle en F.
   Même raisonnement pour la construction de G.

   b. $BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - yB)^2} = \sqrt{(4-2)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{(4+1)} = \sqrt{5} \approx 2{,}24$cm soit environ 22 mm.

PROBLÈME **12 points**

Partie I

1. La longueur maximale de l'arête du paquet est donnée par le PGCD(156 ; 96).
   Calculons le PGCD en utilisant l'algorithme d'Euclide :
   $156 = 96 \times 1 + 60$
   $96 = 60 \times 1 + 36$
   $60 = 36 \times 1 + 24$
   $36 = 24 \times 1 + 12$
   $24 = 12 \times 2 + 0$
   Le dernier reste non nul constitue le PGCD, soit 12.
2. le nombre de paquets que l'on peut disposer :
   sur la largeur : $\dfrac{96}{12} = 8$, sur la longueur : $\dfrac{156}{12} = 13$.
   Au total : $8 \times 13 = 104$ paquets.
3. Sur la hauteur : $\dfrac{144}{12} = 12$, la caisse pourra contenir : $104 \times 12 = 1\,248$ paquets.

Partie II

1. **a.**

Volume de lessive (en cm^3)	400	800	1 600	x
Masse de lessive (en g)	600	1 200	2 400	$1,5x$
Masse totale d'un paquet de lessive (en g)	800	1 400	2 600	$1,5x+200$

b. Masse totale = Masse de lessive + Masse du paquet vide

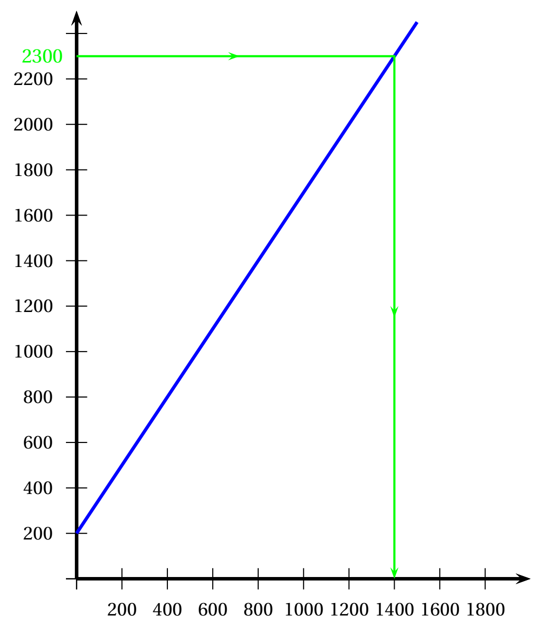
$2\,300$ = Masse de lessive $+200$ soit masse de lessive $= 2\,300 - 200 = 2\,100$ g.

Les 2 100 g correspondent à un volume de $\dfrac{2\,100}{1,5} = 1\,400$ cm^3.

2. **a.** f est une fonction affine. Sa représentation graphique est une droite passant par les points de coordonnées $(0\,;\,200)$ et $(800\,;\,1400)$.

[Pour $x = 0$, $f(0) = 200$ et pour $x = 800$, $f(800) = 1400$]

b. Voir le tracé vert sur le graphique ci-dessous.

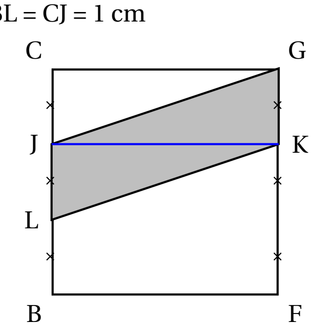


Le volume de lessive contenu dans un paquet de lessive de 2 300 g est de 1 400 cm3.

Partie II

1. À l'échelle $\dfrac{1}{4}$, les dimensions des côtés de la face BFGC qui est un carré sont les suivantes :

CG = BF = 3 cm ; GK = BL = CJ = 1 cm



2. On constate que l'aire de la bande LKGJ est égale à l'aire de la bande IALJ.
   L'aire de la bande LKGJ est la somme des aires de deux triangles rectangles de même aire de côtés 1 et 3. L'aire de cette bande est donc égale à $1 \times 3 = 3$ cm^2.
   En réalité l'aire est égale à $3 \times 4 \times 4 = 48$ cm^3.