∽ Corrigé du brevet des collèges Asie juin 2015 ∽

Durée : 2 heures

Exercice 1 **5 points**

1. Réponse C : $587\,000\,000 = 5,87 \times 10^8$.
2. Réponse A : $(x+2)(3x-1) = 3x^2 - x + 6x - 2 = 3x^2 + 5x - 2$.
3. $12 \times 4 + 16 \times 2 = 48 + 32 = 80$.
4. Réponse B : $-8 \times (-8) \times \cdots \times (-8) = (-8)^{18}$.
5. Réponse A : Si on coupe par un plan parallèle à son axe, la longueur du rectangle obtenu est 10 cm, la largeur est inférieur ou égale à 4 cm ; seule la réponse A convient.

Exercice 2 **5 points**

• En prenant le passage piéton Julien parcourt : $8 + 15 = 23$ (m)
• En traversant directement de J à F : le triangle FKJ est rectangle en K ; d'après le théorème de Pythagore, on a :
$FJ^2 = FK^2 + KJ^2$ soit $FJ^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$, d'où $FJ = \sqrt{289} = 17$ (m).
Il a donc gagné un parcours de $23 - 17 = 6$.
Pour obtenir le temps mis pour parcourir ces 6 m on peut dresser un tableau de proportionnalité :

distance (m)	10	60	6
temps (s)	9	54	5,4

Julien gagne donc 5,4 s.

Exercice 3 **4 points**

1. $10 + 12 + 18 = 40$. Dans le bus, il y a 40 élèves.
   La probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un joueur de ping-pong est de $\dfrac{10}{40} = \dfrac{1}{4} = 0,25$.
2. $1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{4}{4} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4} = 0,75$.
   La probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un coureur ou un gymnaste est de $\dfrac{3}{4}$.
3. $\dfrac{1}{5} = \dfrac{10}{50} = \dfrac{10}{10+40}$.
   Si 10 nageurs sont présents dans le bus, la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un nageur est $\dfrac{1}{5}$.
   Autre méthode : soit n le nombre de nageurs ; on aura à la descente :
   $\dfrac{1}{5} = \dfrac{n}{n+40}$ soit $n + 40 = 5n$ ou $r4n = 40$ et enfin $n = 10$.

Exercice 4 **3 points**

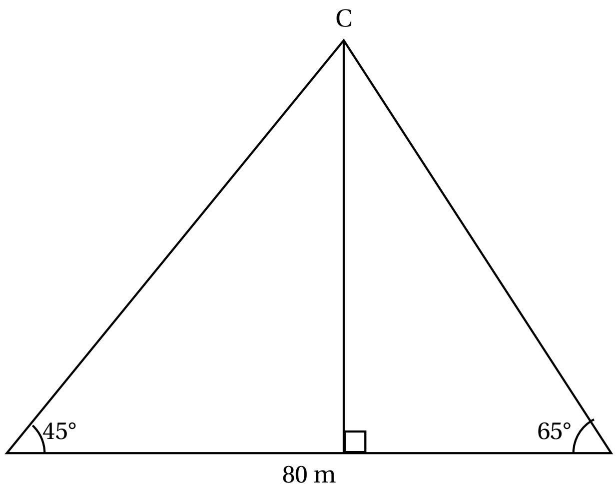
S'il reste 37 ballons la première année, les enfants se sont partagés équitablement 360 ballons car $397 - 37 = 360$.
S'il reste 13 ballons l'année suivante, les enfants se sont partagés équitablement 585 ballons car $598 - 13 = 585$.

Pour connaître le nombre maximum d'enfants présents à la fête, je recherche le PGCD, plus grand diviseur commun à 360 et 585. J'utilise l'algorithme d'Euclide.
$585 = 360 \times 1 + 225$
$360 = 225 \times 1 + 135$
$225 = 135 \times 1 + 90$
$135 = 90 \times 1 + 45$
$90 = 45 \times 2 + 0$
Le dernier reste non nul est 45, donc PGCD(585 ; 360) = 45.
Le nombre maximum d'enfants présents était de 45.

Exercice 5 **7 points**

1. **Conjecturons la distance d à l'aide d'une construction**

a.



b. En mesurant sur le schéma, on trouve environ 5,5 cm, on suppose donc que d est égale à 55 m.

2. **Déterminons la distance d par le calcul**

a. Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°. On a donc :
$\widehat{\text{ACB}} = 180 - \left(\widehat{\text{CAB}} + \widehat{\text{CBA}}\right) = 180 - (45 + 65) = 180 - 110 = 70$ (°).

b. On utilise la « loi des sinus » :

$$\frac{\text{BC}}{\sin\widehat{\text{A}}} = \frac{\text{AC}}{\sin\widehat{\text{B}}} = \frac{\text{AB}}{\sin\widehat{\text{C}}}.$$

Soit $\dfrac{\text{BC}}{\sin 45} = \dfrac{\text{AC}}{\sin 65} = \dfrac{80}{\sin 70}$.
En particulier $\dfrac{\text{BC}}{\sin 45} = \dfrac{80}{\sin 70}$, d'où par produit en croix :
$\text{BC} = 80 \times \dfrac{\sin 45}{\sin 70} \approx 60,20$ (m) au centimètre près.

c. CBH est un triangle rectangle en H, on a :
$\sin\widehat{\text{CBH}} = \dfrac{\text{CH}}{\text{CB}}$, soit $\sin 65 \approx \dfrac{\text{CH}}{60,2}$ ou encore $\text{CH} \approx 60,2 \times \sin 65$
$\text{CH} \approx 54,56$m (valeur arrondie au cm près)

Exercice 6 **7 points**

1. $h(-2) = -17$.
2. $g(-3) = 3 \times (-3)^2 - 9 \times (-3) - 7$
   $g(-3) = 3 \times 9 + 27 - 7$
   $g(-3) = 27 + 27 - 7$
   $g(-3) = 54 - 7$
   $g(-3) = 47$.
3. 47 est l'image de -3 par la fonction g ou -3 est un antécédent de 47 par la fonction g.
4. Pauline a saisi la formule : $= 5 * \text{B1} - 7$.
5. **a.** À l'aide du tableau, on déduit que $3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$ pour $x = 0$.

   b. $3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$
   $3x^2 - 9x = 5x$
   $3x^2 - 9x - 5x = 0$
   $3x^2 - 14x = 0$
   $x(3x - 14) = 0$
   Si $ab = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$.
   Soit $x = 0$, soit $3x - 14 = 0$ $3x = 14$ $x = \dfrac{14}{3}$.
   L'équation $3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$ a bien une autre solution que celle trouvée grâce au tableur : $\dfrac{14}{3}$.

Exercice 7 **5 points**

1. **a.** $V = \dfrac{\pi}{3} \times h^2 \times (3r - h)$
   $V = \dfrac{\pi}{3} \times 18^2 \times (3 \times 10 - 18)$
   $V = \dfrac{\pi}{3} \times 324 \times (30 - 18)$
   $V = \dfrac{\pi}{3} \times 324 \times 12$
   $V = \dfrac{3\,888\pi}{3} \approx 1\,296\pi$ cm^3.

   b. $V = \dfrac{3\,888\pi}{3} \approx 1\,296\pi \approx 4\,072$ cm^3 soit à peu près 4 ℓ.
2. Soit h la hauteur atteinte par l'eau dans le nouvel aquarium. On a :
   $15 \times 20 \times h = 1\,296\pi$
   $300h = 1\,296\pi$
   $h = \dfrac{1\,296\pi}{300}$
   $h \approx 14$ cm.
   La hauteur atteinte par l'eau est d'environ 14 cm.