Devoir Surveillé n°7A
Correction

Troisième
Probabilité, Pourcentages, Vitesse, Tableur
Durée 1h - Coeff. 4
Noté sur 20 points

Exercice 1. QCM 3 points

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Question 1

Un article est affiché 100 euros pendant les soldes après avoir subi une baisse de 20%. Son prix initial avant les soldes était de :

a. 120 euros

$\boxed{\textbf{b.}\ \text{125 euros}}$

c. plus de 125 euros

Preuve.

$$\begin{tikzcd} v_i \arrow[r, bend left, "\times(1-20\ \%)=0,8"] & v_f \arrow[l, bend left, "\div 0,8"] \end{tikzcd}$$

Effectuer une baisse de 20% c'est multiplier par 0,8 donc pour obtenir le prix initial on doit diviser par 0,8 soit :

$$V_i = 100 \div 0,8 = \underline{125\text{€}}$$

Question 2

Pour ses 32 ans, Denis a acheté un vélo d'appartement afin de pouvoir s'entraîner pendant l'hiver. La fréquence cardiaque (FC) est le nombre de pulsations (ou battements) du cœur par minute.
Denis veut estimer sa fréquence cardiaque : en quinze secondes, il a compté 18 pulsations.
À quelle fréquence cardiaque, exprimée en pulsations par minute, cela correspond-il ? :

a. 270 pulsations par minute

b. 120 pulsations par minute

$\boxed{\textbf{c.}\ \text{72 pulsations par minute}}$

Preuve.

Temps en s	15 s	60 s
Nb pulsations	18	n?

Soit $n = \dfrac{60 \times 18}{15} = 72.$

La fréquence cardiaque correspondante est donc de : $\underline{\text{72 pulsations par minutes}}$.

Question 3

- 1 Mo = 1 Méga-octet = 1 000 000 octets = 10^6 octets ; Go = 1 Giga-octet = 1 000 000 000 octets ; 1 To = 1 Tera-octet = 1 000 000 000 000 octets

Un film vidéo de 1,7 Giga-octets est compressé. Le taux de compression revient à diminuer son poids en octets de 45 %. Après compression, le poids du fichier vidéo sera de :

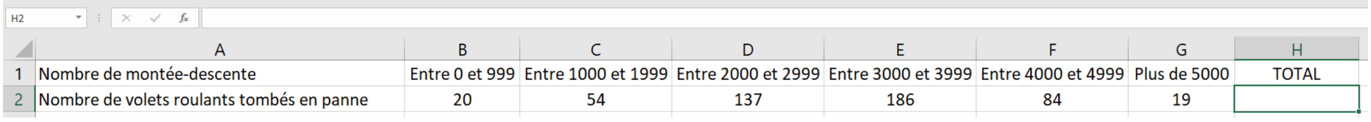
$\boxed{\textbf{a.}\ \text{935 Méga-octets}}$ **b.** 765 Méga-octets **c.** moins de 700 Méga-octets

Preuve.
Diminuer 1,7 Giga-octets de 45 % revient à multiplier par $(1-45\%) = 0,55$. Le poids compressé est donc de :

$$1,7\ Go \times 0,55 = 0,935\ Go = \underline{935\ \ Mo}$$

Exercice 2. Un problème de volets roulants 4 points

Un fabricant de volets roulants électriques réalise une étude statistique pour connaître leur fiabilité. Il fait donc fonctionner un échantillon de 500 volets sans s'arrêter, jusqu'à une panne éventuelle. Il inscrit les résultats dans le tableur ci-dessous :



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de montée-descente	Entre 0 et 999	Entre 1000 et 1999	Entre 2000 et 2999	Entre 3000 et 3999	Entre 4000 et 4999	Plus de 5000	TOTAL
2	Nombre de volets roulants tombés en panne	20	54	137	186	84	19	

1. **Quelle formule faut-il saisir dans la cellule H2 du tableur pour obtenir le nombre total de volets testés ?**
La formule qu'il faut saisir dans la cellule H2 du tableur pour obtenir le nombre total de volets testés est :

$$\boxed{=SOMME(B2:G2)} \quad \text{ou} \quad \boxed{=B2+C2+D2+E2+F2+G2}$$

2. **Un employé prend au hasard un volet dans cet échantillon. Quelle est la probabilité que ce volet fonctionne plus de 3000 montées descentes ?**
On suppose qu'il y a équiprobabilité des tirages.
Le nombre de volets qui sont tombés en panne avant les 3000 montées descentes est de 211.

$$20+54+137=211$$

De ce fait $500-211=289$ volets sur un total de 500 fonctionnent plus de 3000 montées descentes et la probabilité cherchée est :

$$p=\frac{289}{500}=\underline{0,578}$$

Remarque : on pouvait aussi raisonner directement sur ceux qui sont tombés en panne après 3000 montée-descentes car la somme des effectifs faisant 500, ils sont tous tombés en panne à un moment donné).

3. **Le fabricant juge ses volets fiables si plus de 95 % des volets fonctionnent plus de 1000 montées descentes. Ce lot de volets roulants est-il fiable ? Expliquer votre raisonnement.**

- Méthode 1
D'après les données, tous les 500 volets sont tombés en panne à un moment donné (la somme des effectifs est 500). Le nombre de volets qui fonctionnent plus de 1000 montées descentes est alors :

$$54+137+186+84+19=480$$

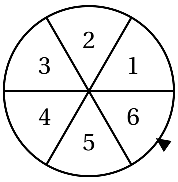
De ce fait 480 volets sur un total de 500 fonctionnent plus de 1000 montées descentes et le pourcentage cherché est :

$$p_2=\frac{480}{500}=0,96=\underline{96\%}$$

- Méthode 2
Seulement 20 volets sur 500 fonctionnent moins de 1000 montées descentes, donc 480 satisfont à la demande. Le pourcentage cherché est donc $\frac{480}{500}=0,96=\underline{96\%}$.
- Conclusion : Ce lot de volets roulants est fiable.

Exercice 3. Le gros lot 6 points

Pour gagner le gros lot à une kermesse, il faut d'abord tirer une boule rouge dans une urne, puis obtenir un multiple de 3 en tournant une roue de loterie numérotée de 1 à 6. L'urne contient 3 boules vertes, 2 boules bleues et 3 boules rouges.



1. Sur la roue de loterie, il y a deux issues (3 et 6) sur 6 issues qui réalisent l'évènement « un multiple de 3 ».
   En supposant l'<u>équiprobabilité</u>, la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est donc égale à $\dfrac{2}{6}\left(\text{ou } \dfrac{1}{3}\right)$.
2. **Sur la roue de loterie, quelle est la probabilité d'obtenir un nombre premier ?**
   Il y a 3 nombres premiers sur les six de la roue qui sont : 2, 3 et 5.
   En supposant l'<u>équiprobabilité</u>, la probabilité d'obtenir un nombre premier est donc égale à $\dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$.
3. **Dans l'urne, quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge ?**
   Dans l'urne , il y a 3 boules rouges sur un total de 8 boules, en supposant qu'il y a équiprobabilité, la probabilité de tirer une boule rouge est donc égale à $\dfrac{3}{8}$.
4. **Quelle est la probabilité qu'un participant gagne le gros lot ?**
   - <u>Dans l'urne</u>, la probabilité de tirer une boule rouge est égale à $\dfrac{3}{8}$.
   - <u>Sur la roue</u>, on a vu que la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est donc égale à $\dfrac{1}{3}$;
   - La probabilité de tirer une boule rouge dans une urne, puis d'obtenir un multiple de 3 sur la roue de loterie est égale à :
     $$\frac{3}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8}$$
   - <u>Conclusion</u> : La probabilité qu'un participant gagne le gros lot est égale à $\dfrac{1}{8}$.
5. **On voudrait modifier le contenu de l'urne en ne changeant que le nombre de boules rouges. Combien faudra-t-il mettre en tout de boules rouges dans l'urne pour que la probabilité de tirer une boule rouge soit de 0,5. Expliquer votre démarche.**
   Comme on ne change pas le nombre de boules vertes et de boules bleues, il y a 5 boules vertes ou bleues.

   Il faut que la moitié des boules soient rouges, donc il faut mettre en tout 5 boules rouges dans l'urne pour que la probabilité de tirer une boule rouge soit de 0,5.

Exercice 4. Le marathon 6 points

L'épreuve du marathon consiste à parcourir le plus rapidement possible la distance de 42,195 km en course à pied. Cette distance se réfère historiquement à l'exploit effectué par le Grec Phillipidès, en 490 av. J-C, pour annoncer la victoire des Grecs contre les Perses. Il s'agit de la distance entre Marathon et Athènes.

1. **En 2014, le kényan Dennis Kimetto a battu l'ancien record du monde en parcourant cette distance en 2 h 2 min 57 s. Quel est alors l'ordre de grandeur de sa vitesse moyenne : 5 km/h, 10 km/h ou 20 km/h ?**
   À peu près 40 km en 2 h, donc 20 km en une heure.

2. **Lors de cette même course, le britannique Scott Overall a mis 2 h 15 min pour réaliser son marathon. Calculer sa vitesse moyenne en km/h. Arrondir la valeur obtenue au centième de km/h.**
   Il parcouru une distance de 42,195 km en $2\times 60+15=135$ (min).

   - Méthode 1 : avec la formule

   $$v=\frac{d}{t}$$

   Sa vitesse moyenne est

   $$v_{\text{Overall}}=\frac{42,195}{135}\ (\text{km}/\text{min}) \qquad \text{soit} \qquad v_{\text{Overall}}=\frac{42,195}{135}\times 60\approx \underline{18,75}\ (\text{km}/\text{h}).$$

   - Méthode 2 : chercher la vitesse en km/h c'est chercher la distance parcourue en 1 heure soit en 60 minutes

Distance en km	42,195 km	?
Temps	135 min	60 min (= 1h)

   La vitesse moyenne est donc de :

   $$v=\frac{42,195\times 60}{135}\approx \underline{18,75}\ (\text{km}/\text{h})$$

3. **Dans cette question, on considérera que Scott Overall court à une vitesse constante. Au moment où Dennis Kimetto franchit la ligne d'arrivée, déterminer :**

   3. a. le temps qu'il reste à courir à Scott Overall ;
   Pour faire le Marathon, Scott Overall a mis 2 h 15 min et Dennis Kimetto 2 h 2 min 57 s. De ce fait, l'écart des temps nous permet de répondre à la question :

   $$2\text{ h }15\text{ min}-2\text{ h }2\text{ min }57\text{ s}=\underline{12\text{ min }3\text{ s}}$$

   ou en secondes

   $$12\times 60+3=\underline{723}\text{ secondes.}$$

   Au moment où Dennis Kimetto franchit la ligne d'arrivée, le temps qu'il reste à courir à Scott Overall est donc de : 12 min 3 s soit 723 s.

   3. b. la distance qu'il lui reste à parcourir. Arrondir le résultat au mètre près.

   - Méthode 1 : avec la formule

   $$v=\frac{d}{t}\Longleftrightarrow d=v\times t$$

   À la vitesse moyenne calculée dans la question précédente soit $\frac{42,195}{135}$ (km/min) ou $\frac{42,195}{135\times 60}$ (km/s) il lui reste donc à parcourir

   $$d=\frac{42,195}{135\times 60}\times 723\approx 3,7656\text{ km} \quad \text{soit à peu près } \underline{3\,766\text{ m}}.$$

   - Méthode 2 :
   On considère que sa vitesse moyenne est de 18,75 km/h donc qu'il parcourt 18,75 km en 1h = 60 min = 3 600 s donc en 13 min 3s = 723 s

Distance en km	d km	18,75 km
Temps	723 s	3 600 s = (60 min = 1h)

   Il lui reste à parcourir :

   $$d=\frac{18,75\times 723}{3600}\approx 3.765625\ \text{ km} \quad \text{soit environ } \underline{3\,755\text{ m}}.$$

Fin du devoir