

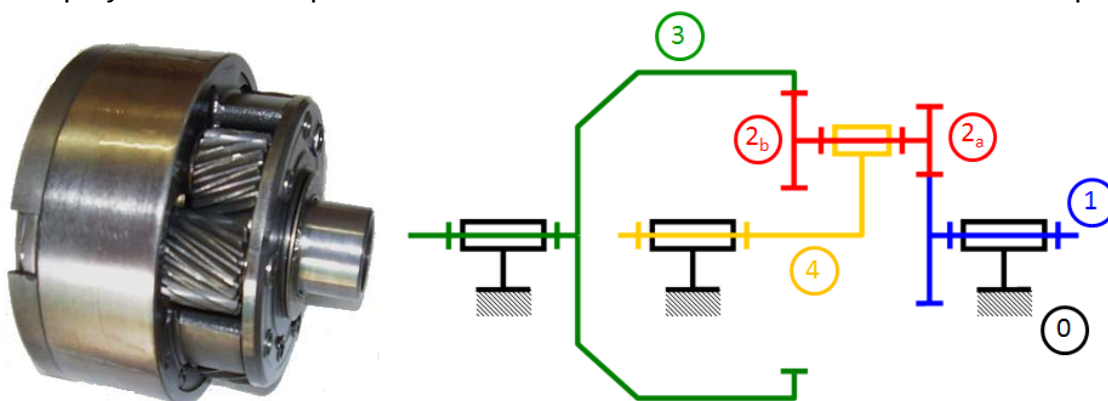
LOIS ENTREE-SORTIE DES TRAINS D'ENGRENAGES EPICYCLOÏDAUX

Vous devez être capable de déterminer la loi entrée-sortie en vitesse selon 3 méthodes différentes :

- Par la **cinématique du contact**, c'est-à-dire en traduisant la condition de **roulement sans glissement** au niveau des contacts entre les roues dentées (voir exercice 7) ;
- Par la **cinématique graphique** (voir exercice 5) ;
- A l'aide de la **relation de Willis**.

Exercice 1 : DIFFÉRENTES CONFIGURATIONS D'UN TRAIN ÉPICYCLOÏDAL

Un train épicycloïdal est représenté ci-dessous à l'aide de son schéma cinématique.



Question 1 : Compléter les tableaux suivants représentant les différentes configurations possibles de ce train.

Satellite	Porte satellite	Planétaire A	Planétaire B	Relation de Willis	Raison de base du train

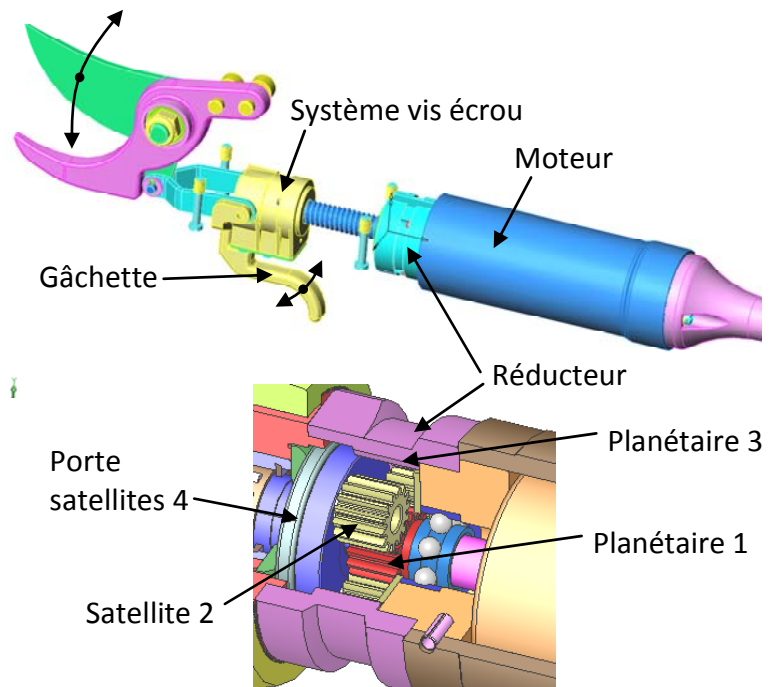
Pièce d'entrée	Pièce de sortie	Pièce fixe/bâti 0	Relation de Willis simplifiée avec e et s, et en tenant compte de la pièce qui est fixe	Rapports de transmission : $i = \frac{\omega_{e/0}}{\omega_{s/0}}$
1	3	4		
1	4	3		
3	1	4		
3	4	1		
4	1	3		
4	3	1		
4, 3	1			

Exercice 2 : SÉCATEUR PELLENC

La période de taille de la vigne dure 2 mois environ. Les viticulteurs coupent 8 à 10 heures par jour. Ils répètent donc le même geste des millions de fois avec un sécateur. Les sociétés réalisant du matériel agricole ont imaginé un sécateur électrique capable de réduire la fatigue de la main et du bras tout en laissant au viticulteur la commande de la coupe et sa liberté de mouvement. Le sécateur développé par la société Pellenc permet notamment de réaliser 60 coupes de diamètre 22mm par minute. L'ensemble sécateur électronique PELLENC est constitué d'un sécateur électronique, d'une mallette source d'énergie, d'une sacoche avec harnais et ceinture et d'un chargeur de batterie.

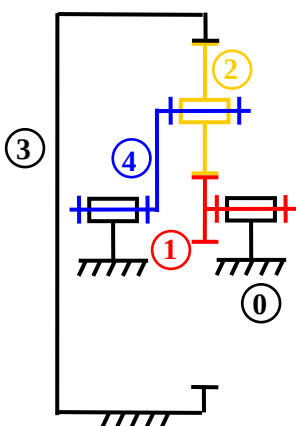


Lorsque l'utilisateur appuie sur la gâchette, le moteur transmet par l'intermédiaire d'un réducteur à train épicycloïdal un mouvement de rotation à la vis à billes. L'écrou se déplace en translation par rapport à la vis et, par l'intermédiaire d'une bielle, met en rotation la lame mobile générant ainsi un mouvement de coupe.



Le moteur tourne à la vitesse de rotation $N_1=1400$ tr/min (le rotor est lié au planétaire 1). La vis à billes liée au porte-satellite 4 tourne à la vitesse de rotation $N_4=350$ tr/min. On note Z_1 le nombre de dents du planétaire 1, Z_2 celui du satellite 2 et Z_3 celui de la couronne liée au bâti.

Schéma cinématique



Question 1 : Donner la relation de Willis de ce train épicycloïdal.

Question 2 : Simplifier la relation de Willis en utilisant le fait que le planétaire 3 est fixe. En déduire $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction de Z_1 et Z_3 .

Question 3 : Faire l'application numérique et déterminer une relation entre Z_1 et Z_3 . Sachant que $Z_1=19$, en déduire Z_3 .

Question 4 : Justifier que les roues dentées du train ont les mêmes modules. Déterminer une relation géométrique entre les diamètres des éléments dentés d_1 , d_2 et d_3 puis en déduire une relation entre Z_2 , Z_1 et Z_3 (condition d'entraxe). Calculer la valeur de Z_2 .

Exercice 3 : POULIE RÉDUCTEUR REDEX



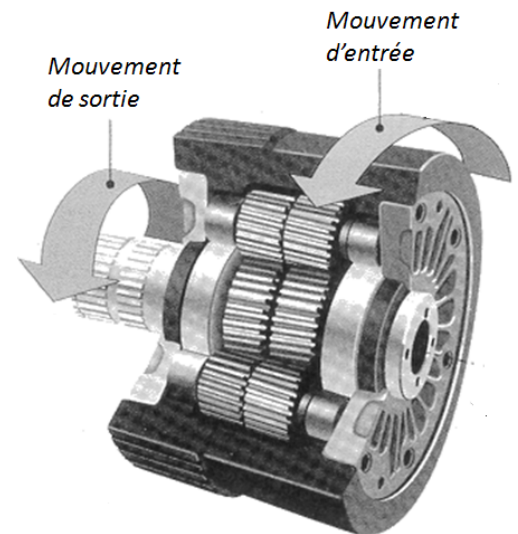
Le mouvement d'entrée est transmis par une courroie crantée (non représentée) à la cage crantée 5 guidée en rotation par rapport au bâti 18 à l'aide de deux roulements à billes.

Les trois satellites doubles 6-10 sont guidés en rotation par rapport à la cage 5 à l'aide de deux roulements à aiguilles.

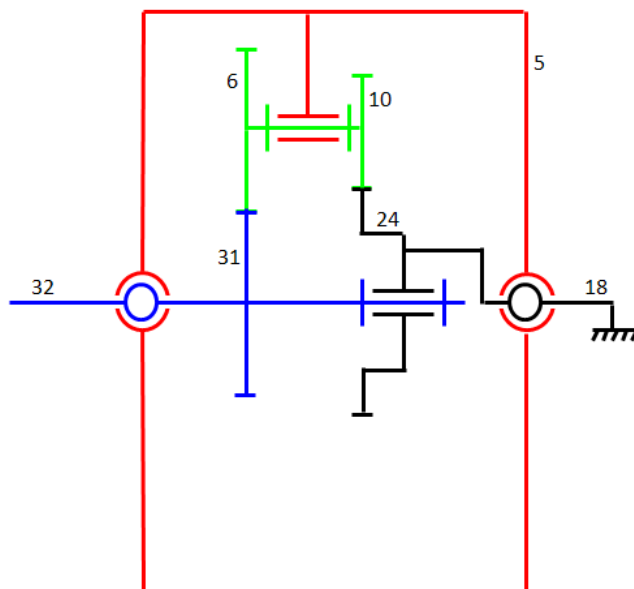
Le planétaire 24 est en liaison encastrement avec le bâti 18 à l'aide d'un assemblage cannelé.

Le planétaire 31 est en liaison encastrement avec l'arbre de sortie 32 à l'aide d'un assemblage cannelé.

Cet arbre de sortie 32 est guidé en rotation par rapport au bâti 18 à l'aide de deux roulements à aiguilles.



Le réducteur de cette poulie est représenté sous la forme du schéma cinématique ci-dessous.



Caractéristiques des roues dentées

N°	24	10	6	31
m	1,75	1,75	1,75	1,75
Z	49	31	34	46

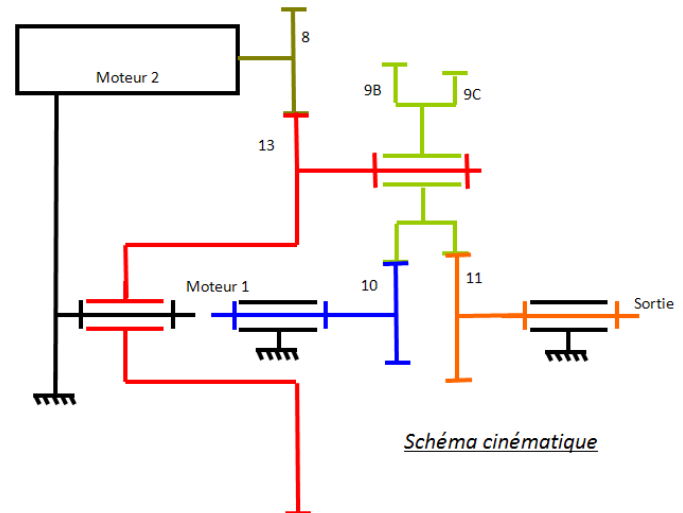
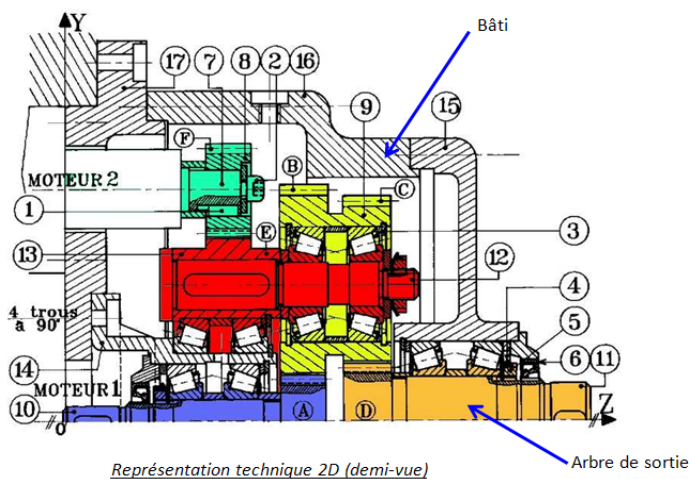
Question 1 : Déterminer l'expression du rapport de réduction $r = \frac{\omega_{S/18}}{\omega_{e/18}}$ en fonction des nombres de dents des roues dentées.

Question 2 : Faire l'application numérique.

Question 3 : Retrouver ce résultat en inversant, par rapport au choix fait précédemment, l'ordre des planétaires dans la relation de Willis.

Exercice 4 : BOITIER DE COMMANDE DE RABOTEUSE

Le boîtier de commande étudié permet de transmettre, par l'intermédiaire d'un réducteur, le mouvement de rotation des deux moteurs 1 et 2 à un arbre de sortie.



Question 1 : Déterminer, en fonction des nombres de dents des roues dentées, la relation entre $\omega_{M_1/0}$, $\omega_{M_2/0}$ et $\omega_{S/0}$.

Question 2 : Déterminer, après avoir formulé l'hypothèse qui convient, la relation entre les Z_i liée aux conditions géométriques de montage des roues dentées.

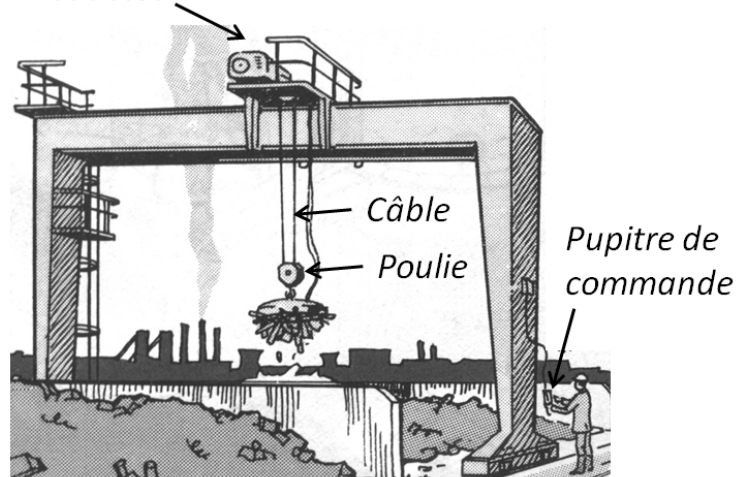
Exercice 5 : TREUIL-PALAN DE PONT ROULANT

Le palan d'un pont roulant (voir figure ci-contre) est constitué d'un moteur, d'un réducteur, d'un tambour, d'un câble, d'une poulie et d'un crochet de levage.

Le crochet est porté par la poulie sur laquelle s'enroule le câble :

- l'un des brins du câble est fixé au bâti du moteur-réducteur,
- l'autre s'enroule sur le tambour qui est solidaire de l'arbre de sortie du réducteur.

Moteur + réducteur



Le réducteur (voir représentation technique 2D et schéma cinématique) a pour entrée la pièce 1, pour sortie la pièce 7, et pour bâti 0 les pièces 10, 11, 12, 21 et 24.

Un frein bloque automatiquement l'arbre d'entrée 1 lorsque le moteur est inactif (en cas de coupure de courant par exemple). Dans ces conditions :

- les ressorts 25 poussent le plateau d'acier 22 ;
- les garnitures gauches de frein solidaires du plateau 22, et les garnitures droites de frein solidaires du plateau 24, bloquent alors entre elles le disque 23 et empêchent la rotation de l'arbre d'entrée 1.

Lorsque l'on désire enrouler ou dérouler du câble, on alimente simultanément le moteur et le bobinage placé à l'intérieur de 21. Dans ces conditions :

- le champ magnétique créé attire alors le plateau 22 qui comprime les ressorts 25 et libère le disque 23.

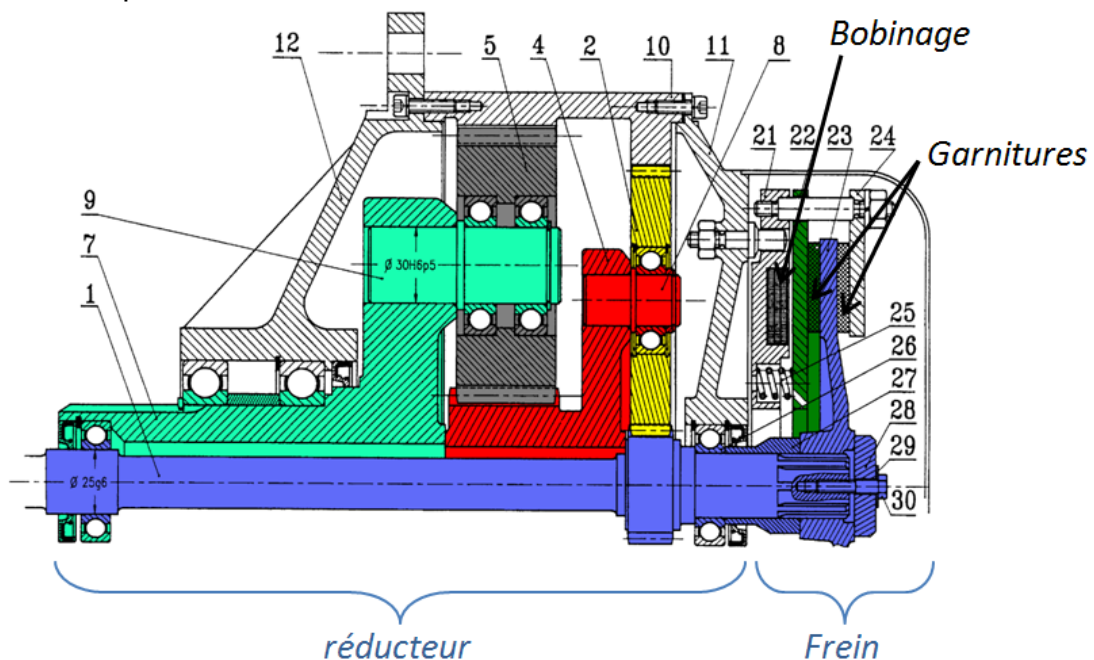
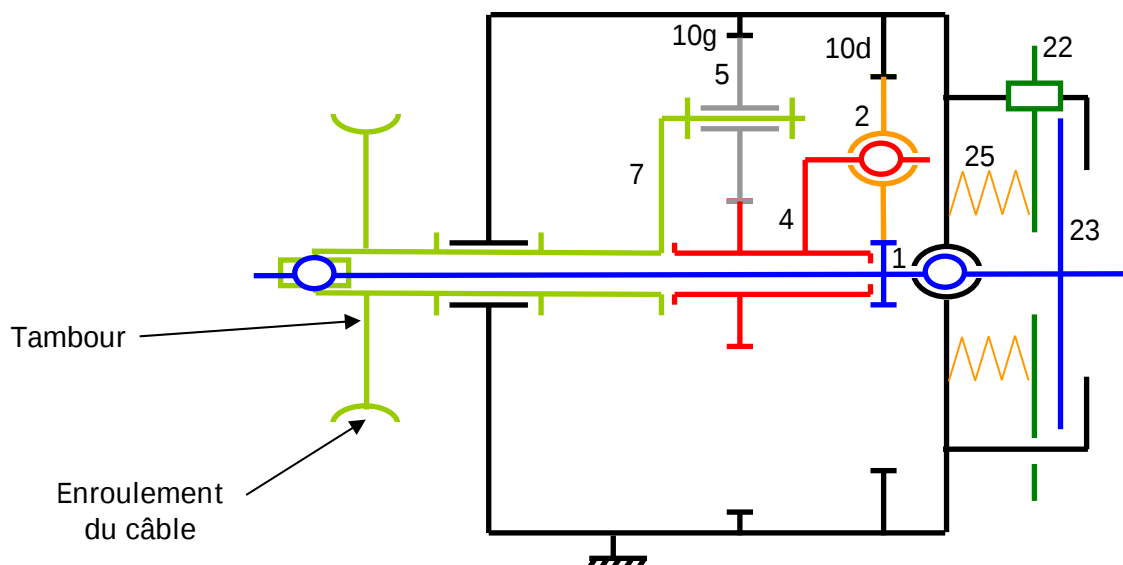


Schéma cinématique :



Dans la suite on s'intéresse uniquement au système de réduction de vitesse de l'arbre moteur (à l'aide de deux trains épicycloïdaux en série) et pas au système de freinage.

Etude analytique :

Question 1 : Compléter le repère des pièces dans le tableau décrivant les 2 trains épicycloïdaux (droite et gauche).

	Train épi 1 (d)	Train épi 2 (g)
Satellite		
Porte satellite		
Planétaire A		
Planétaire B		

Question 2 : Déterminer la condition géométrique de montage qui relie les Z_i .

Question 3 : Indiquer les repères des pièces matérialisant l'entrée et la sortie du système.

Question 4 : Déterminer, en fonction des nombres de dents, le rapport de transmission $k = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}}$.

Question 5 : Compléter le tableau ci-contre en indiquant le nombre de dents, le module et les diamètres primitifs des différents pignons ou couronnes.

	Nombre de dents	Module	Diamètre primitif
Pignon arbré 1	21		
Roue dentée 2		2	102
Couronne 10d	123		
Pignon arbré 4		3	69
Roue dentée 5	34		
Couronne 10g	91		

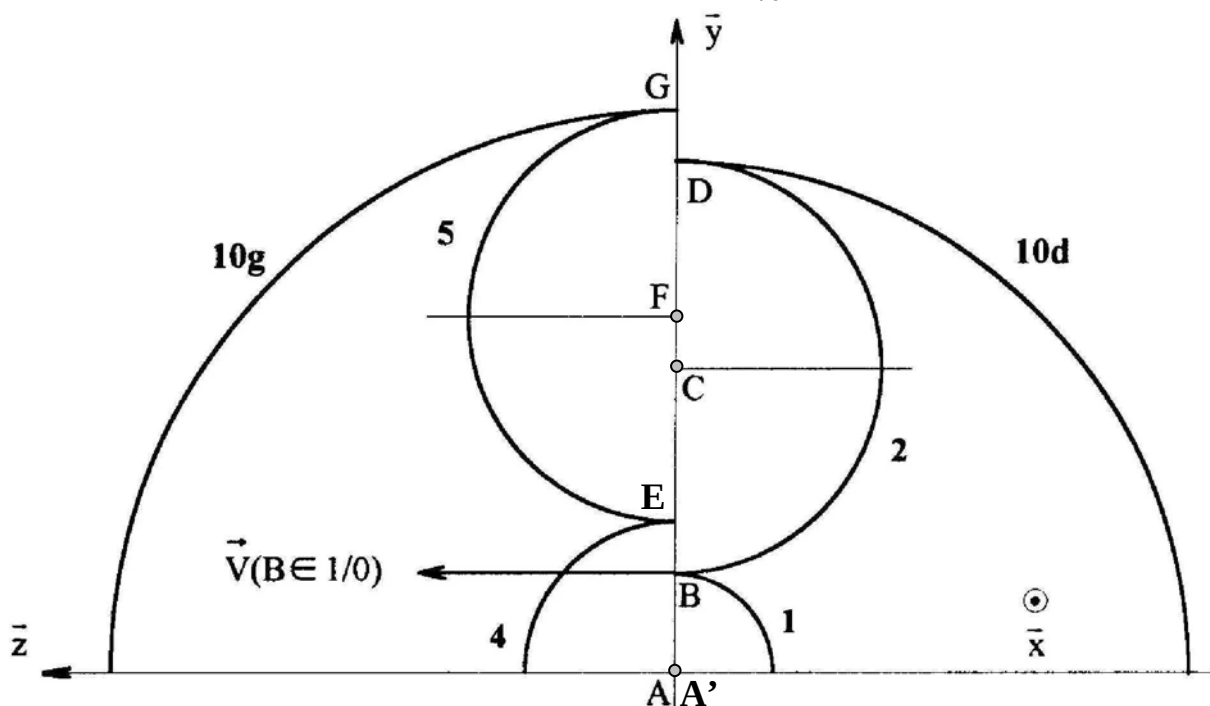
Question 6 : En déduire la valeur numérique du rapport de réduction du système.

Etude graphique :

Sur la figure ci-dessous sont représentés les cercles primitifs des différentes roues du mécanisme. A est le centre de la roue 1, A' le centre de la roue 4, C le centre de la roue 2 et F le centre de la roue 5.

Il y a roulement sans glissement à chaque point de contact entre 2 cercles primitifs : B, D, E et G.

On suppose connu, à l'instant t, le vecteur vitesse $\vec{V}_{B \in 1/0}$.



Question 7 : Identifier les solides en mouvement quelconques. En déduire les positions des CIR qui seront utiles lors de l'utilisation d'une méthode graphique.

Question 8 : Imaginer et mettre en œuvre une démarche pour déterminer graphiquement (dans la position du système décrite sur la figure) le vecteur vitesse du centre F de la roue 5 par rapport au bâti 0 : $\overrightarrow{V_{F \in 5/0}}$. (Justifier les différentes étapes de la construction).

Question 9 : Justifier que $\overrightarrow{V_{F \in 5/0}} = \overrightarrow{V_{F \in 7/0}}$. En déduire, en utilisant les propriétés du théorème de Thalès (proportionnalité des côtés dans les triangles de répartition linéaire des vecteurs vitesse), la relation entre $\|\overrightarrow{V_{F \in 7/0}}\|$, $\|\overrightarrow{V_{B \in 1/0}}\|$, R_1 , R_2 et R_4 .

Question 10 : En déduire, en fonction de R_1 , R_2 , R_4 et R_5 , le rapport de transmission $k = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}}$.

Question 11 : Retrouver, à l'aide du résultat de la question 2, le rapport de transmission $k = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}}$ en fonction du nombre de dents.

Exercice 6 : RÉDUCTEUR À DEUX VITESSES

Le réducteur à trains épicycloïdaux représenté ci-dessous est utilisé dans les appareils de manutention et de levage lorsqu'on a besoin d'une grande vitesse d'approche ou de retour, et d'une petite vitesse de travail.

Fonctionnement « Petite vitesse » :

Seul le moteur PV tourne à 1500 tr/min. La couronne 25 est entraînée en rotation par l'intermédiaire de la roue 13 et de la vis sans fin 34 liée à l'arbre moteur PV (Petite Vitesse).

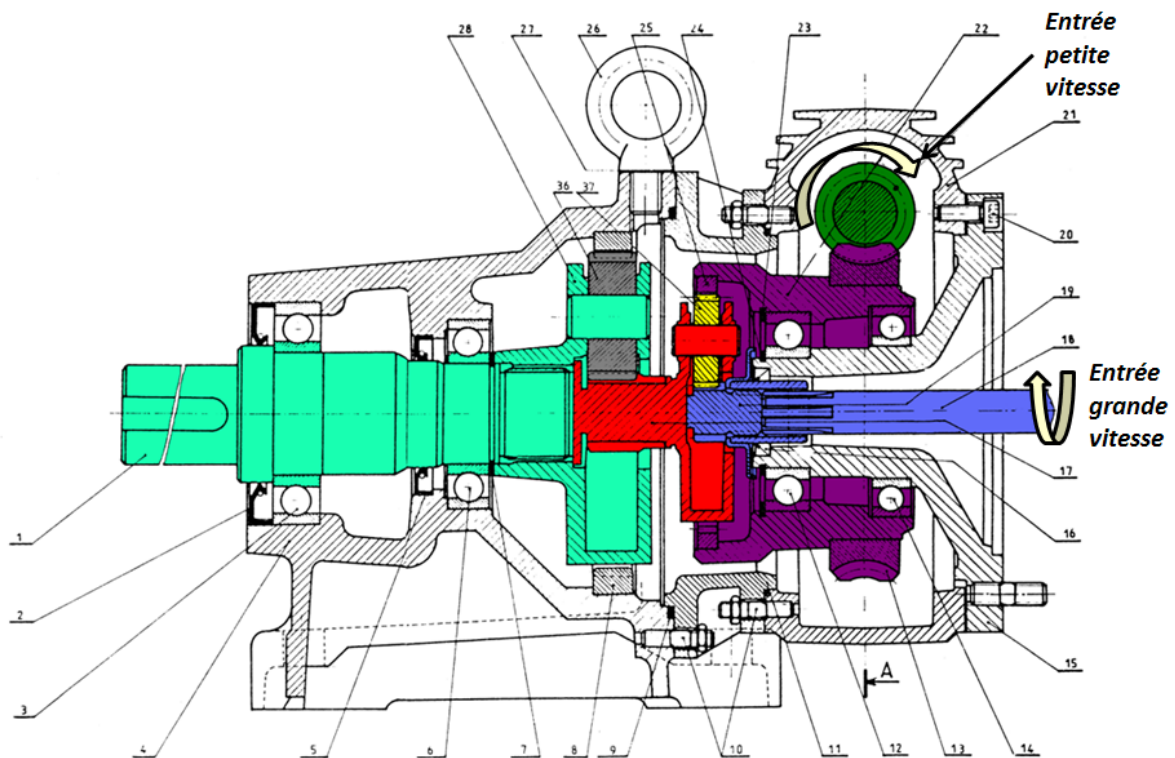
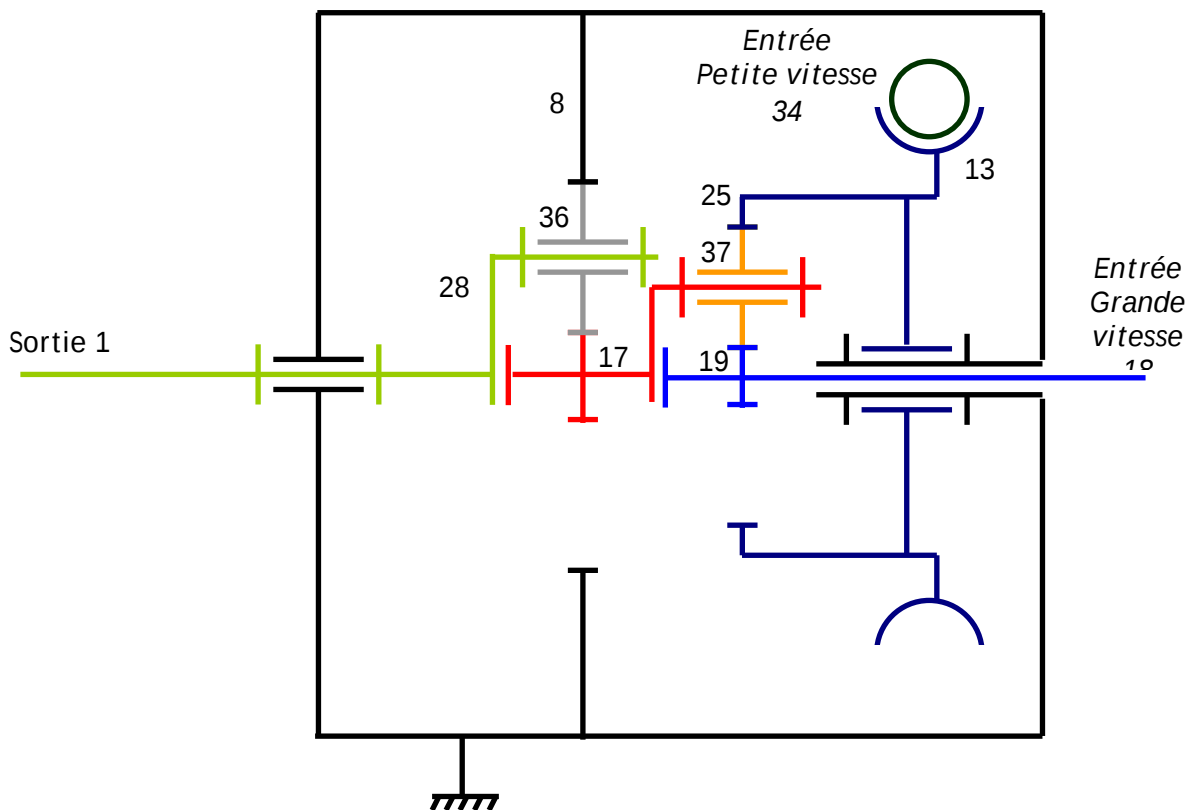
Le pignon 19 est maintenu fixe par le frein du moteur GV (Grande Vitesse).

Fonctionnement « Grande vitesse » :

Les deux moteurs GV et PV tournent en même temps à 1500 tr/min.

Extrait de la nomenclature :

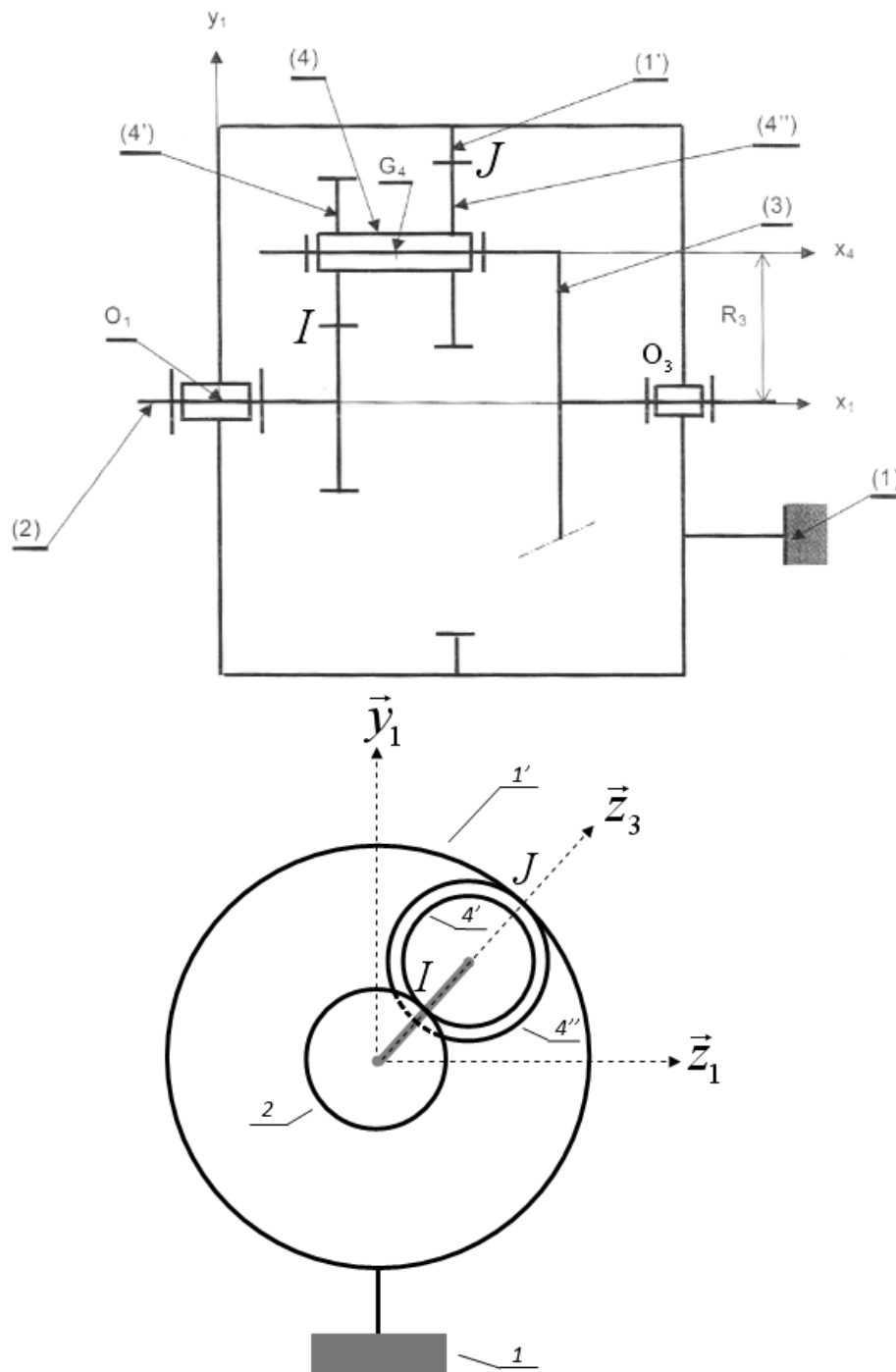
37	3	Pignon satellite	$z_{37} = 32$ dents ; $m = 1,25$ mm
36	3	Pignon satellite	$z_{36} = 31$ dents ; $m = 1,8$ mm
34	1	Vis sans fin (entrée PV)	1 filet - pas à droite
25	1	Couronne	$z_{25} = 83$ dents ; $m = 1,25$ mm
19	1	Pignon d'entrée GV	$z_{19} = 19$ dents ; $m = 1,25$ mm
17	1	Pignon porte satellite	$z_{17} = 17$ dents ; $m = 1,8$ mm
13	1	Roue	$z_{13} = 41$ dents
8	1	Couronne fixe	$z_8 = 79$ dents ; $m = 1,8$ mm
1	1	Arbre de sortie	
Rep	Nb	Désignation	Observation

**Représentation technique 2D****Schéma cinématique**

Question 1 : Déterminer la vitesse de rotation de l'arbre de sortie 1 en fonctionnement « Petite Vitesse », puis en fonctionnement « Grande Vitesse ».

Exercice 7 : RÉDUCTEUR À TRAIN ÉPICYCLOÏDAL

Le réducteur à train épicycloïdal représenté ci-dessous est constitué d'un arbre d'entrée 2 et d'un arbre de sortie 3 qui est le porte-satellite. Les satellites 4 sont au nombre de trois (un seul est représenté).



Données et paramétrage :

On note r_i le rayon primitif, m_i le module et Z_i le nombre de dent de la roue (i).

On note $\vec{\Omega}_{2/1} = \omega_{2/1} \cdot \vec{x}_1$, $\vec{\Omega}_{4/1} = \omega_{4/1} \cdot \vec{x}_4$, $\vec{\Omega}_{3/1} = \omega_{3/1} \cdot \vec{x}_3$

Etude géométrique

Question 1 : Donner la relation entre $r_{1'}$, R_3 et $r_{4''}$ puis entre r_2 , R_3 et $r_{4'}$.

Etude cinématique

Question 2 : En traduisant les conditions de roulement sans glissement au point I puis au point J , montrer que le rapport de transmission du réducteur est tel que $\omega_{3/1} = k_1 \times \omega_{2/1}$

$$\text{avec } k_1 = \frac{1}{1 + \frac{Z_{4'} \cdot Z_{1'}}{Z_2 \cdot Z_{4''}}}.$$

Question 3 : Retrouver ce résultat à l'aide de la relation de Willis.