

## I- Exercice 1

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère la sphère  $(S)$  de centre  $\Omega(2, 1, 2)$  et de rayon 3 et le plan  $(P)$  passant par le point  $A(-1, 0, 3)$  et dont  $\vec{u}(4, 0, -3)$  est un vecteur normal.

1. Montrer qu'une équation de  $(S)$  est  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 4z = 0$ .
2. Vérifier qu'une équation cartésienne du plan  $(P)$  est  $4x - 3z + 13 = 0$ .

3. Vérifier que 
$$\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 \\ z = 2 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$
 est une représentation paramétrique de

la droite passant par le point  $\Omega$  et orthogonale au plan  $(P)$ .

4. Déterminer les coordonnées de  $H$  point d'intersection de la droite  $(\Delta)$  et du plan  $(P)$ .
5. Calculer  $d(\Omega, (P))$ .
6. Montrer que le plan  $(P)$  est tangent à la sphère  $(S)$  en un point que l'on déterminera.

## II- Exercice 2

Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher : 3 boules de couleur rouge portant chacune le nombre 1, et 3 boules de couleur rouge portant chacune le nombre 2, et 6 boules de couleur verte portant chacune le nombre 2. On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne.

On considère les événements suivants :

$A$  : "Obtenir deux boules portant le même nombre ".

$B$  : "Obtenir deux boules de couleurs différentes ".

$C$  : "Obtenir deux boules portant deux nombres dont la somme est égale à 3".

1. Montrer que  $p(A) = \frac{13}{22}$  et  $p(B) = \frac{6}{11}$  et calculer  $p(C)$ .
2. Montrer que  $p(A \cap B) = \frac{3}{11}$ .
3. Les événements  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
4. Sachant que l'événement  $B$  est réalisé, calculer la probabilité d'obtenir deux boules portant le même nombre.

### III- Exercice 3

1. Montrer que la fonction  $H : x \mapsto xe^x$  est une primitive de la fonction  $h : x \mapsto (x + 1)e^x$  sur  $\mathbb{R}$ .
2. En déduire que  $\int_0^1 (x + 1)e^x \, dx = e$ .
3. En utilisant une intégration par parties, calculer  $\int_0^1 (x^2 + 2x - 1)e^x \, dx$ .