Mathématiques : 2Bac SPC-SVT-Agro-STE-STM

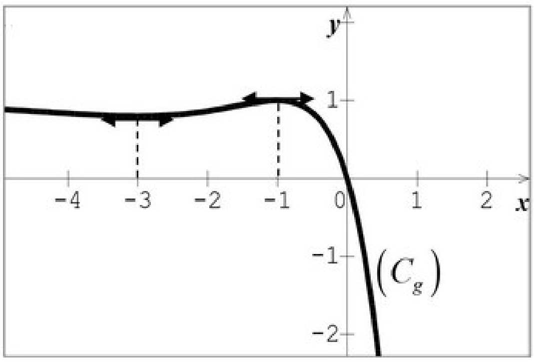
Semestre 2 Devoir 1 Modèle 2

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

I- Exercice 1

Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 - (x+1)^2 e^x$

1. Vérifier que $g(0) = 0$.
2. A partir de la courbe représentative $(\mathscr{C}_g)$ de la la fonction g (figure ci-dessous), montrer que $g(x) \geq 0$ pour tout x appartenant à $]-\infty; 0]$, et que pour tout x appartenant à $[0, +\infty[$,



On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + 1 - (x^2+1)e^x$

Soit $(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ (unité : 2cm).

3. Vérifier que $f(x) = x + 1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x$ pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$ puis en déduire que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.
4. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) - (x+1)]$, et en déduire que la droite (D) d'équation $y = x+1$ est asymptote à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ au voisinage de $-\infty$.
5. Montrer que la courbe $(\mathscr{C}_f)$ est en dessous de la droite (D).
6. Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ (on pourra écrire $f(x)$ sous la forme $x\left[1 + \frac{1}{x} - \left(x + \frac{1}{x}\right)e^x\right]$).
7. Montrer que la courbe $(\mathscr{C}_f)$ admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique dont on déterminera la direction.
8. Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$.
9. Montrer que la fonction f est croissante sur $]-\infty; 0]$, et décroissante sur $[0, +\infty[$, puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
10. Montrer que la courbe $(\mathscr{C}_f)$ admet deux points d'inflexion d'abscisses -3 et -1.

11. Construire dans le même repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ la droite (D) et la courbe $(\mathscr{C}_f)$ (on prendra $f(-3) \approx -2,5$ et $f(-1) \approx -0,75$).

II- Exercice 2

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + 4z + 8 = 0$

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = -2 + 2i$, $b = 4 - 4i$ et $c = 4 + 8i$.
Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M', image de M par la rotation R de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

2. Montrer que $z' = -iz - 4$.

3. Vérifier que le point B est l'image du point C par la rotation R, et en déduire la nature du triangle ABC.

Soit ω l'affixe du point Ω, milieu du segment $[BC]$.

4. Montrer que $|c - \omega| = 6$.

5. Montrer que l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - \omega| = 6$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.
