

## Mathématiques : 2Bac SPC-SVT-Agro-STE-STM

### Semestre 1 Devoir 3 Modèle 2

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

<

### I- Exercice 1

Soit  $g$  la fonction numérique définie sur l'intervalle  $]0, +\infty[$  par :  $g(x) = x^2 + x - 2 + 2 \ln x$

1. Vérifier que  $g(1) = 0$ .
2. À partir du tableau de variations de la fonction  $g$ , montrer que  $g(x) \leq 0$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $]0; 1]$ , et que  $g(x) \geq 0$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[1; +\infty[$ .

|         |           |           |
|---------|-----------|-----------|
| $x$     | $0$       | $+\infty$ |
| $g'(x)$ | +         |           |
| $g(x)$  | $-\infty$ | $+\infty$ |



On considère la fonction numérique  $f$  définie sur l'intervalle  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = x + (1 - \frac{2}{x}) \ln x$

Soit  $(\mathcal{C}_f)$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité : 1 cm).

3. Montrer que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ , et interpréter géométriquement le résultat.
4. Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .
5. Montrer que la courbe  $(\mathcal{C}_f)$  admet au voisinage de  $+\infty$  une branche parabolique de direction asymptotique celle de la droite  $(D)$  d'équation  $y = x$ .
6. Montrer que  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $]0, +\infty[$ .
7. Montrer que  $f$  est décroissante sur l'intervalle  $]0; 1]$ , et croissante sur l'intervalle  $[1; +\infty[$ .
8. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0, +\infty[$ .
9. Résoudre dans l'intervalle  $]0, +\infty[$  l'équation  $(1 - \frac{2}{x}) \ln x = 0$ .
10. En déduire que la courbe  $(\mathcal{C}_f)$  coupe la droite  $(D)$  en deux points dont on déterminera les coordonnées.
11. Montrer que  $f(x) \leq x$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[1; 2]$ , et en déduire la position relative de la courbe  $(\mathcal{C}_f)$  et la droite  $(D)$  sur l'intervalle  $[1; 2]$ .
12. Construire, dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , la droite  $(D)$  et la courbe  $(\mathcal{C}_f)$  (On admettra que la courbe  $(\mathcal{C}_f)$  possède un seul point d'inflexion dont l'abscisse est comprise entre 2, 4 et 2, 5).

<

## II- Exercice 2

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

On considère les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'affixes respectives  $a = 2$ ,  $b = \sqrt{2}(-1 + i)$  et  $c = \sqrt{2}(-1 - i)$ .

Soit  $E$  d'affixe  $e$  le milieu de segment  $[AB]$ .

1. Donner une forme trigonométrique des nombres complexes  $a$ ,  $b$  et  $c$ .
2. Placer les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sur le repère  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .
3. Montrer que le triangle  $OAB$  est isocèle, puis déduire une mesure de l'angle orienté  $(\vec{u}, \overrightarrow{OE})$ .
4. Déterminer  $e$ , puis  $|e|$ .
5. Déduire  $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$  et  $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ .

<