AlloSchool

# Mathématiques : 2Bac Eco-SGC

## Semestre 1 Devoir 2 Modèle 2

**Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak**

## I- Exercice 1

### Partie A

Soit $f$ une fonction définie sur $D_f = \mathbb{R} \backslash \{-10\}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{10}(x+10)^2 - 80 + \frac{1600}{(x+10)^2}$$

Soit $(\mathscr{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}\,; \vec{j}\right)$ (On prend 1cm pour 10 unités).

1. Montrer que la droite d'équation $x = -10$ est un axe de symétrie de $(\mathscr{C}_f)$, puis en déduire le domaine d'étude $D_E$.
2. Calculer $\lim\limits_{x \to -10^+} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
3. Montrer que $(\forall x \in D_E)\ :\ f'(x) = \frac{(x-10)(x+30)\left[(x+10)^2+400\right]}{5(x+10)^3}$.
4. Dresser le tableau de variation complet de la fonction $f$ sur son domaine de définition $D_f$.
5. Tracer la courbe $(\mathscr{C}_f)$ dans le repère $\left(O; \vec{i}\,; \vec{j}\right)$.

### Partie B (Prix d'équilibre)

Une étude de marché s'intéresse à l'évolution de l'offre et de la demande d'un produit en fonction de son prix unitaire $x$ exprimée en dirham.

Pour un prix de $x\,(Dh)$, compris entre $2$ et $9$, le nombre de produits demandés est modélisé par la fonction $f$ définie par $f(x) = \frac{1}{10}(x+10)^2 - 80 + \frac{1600}{(x+10)^2}$, et le nombre de produits offerts par la fonction $g$ définie par $g(x) = 0,5x + 11$.

1. Déterminer le nombre de produits offerts et le nombre de produits demandés lorsque le prix du produit est de $7Dh$.

On appelle prix d'équilibre le prix pour lequel l'offre et la demande sont égales.

2. Déterminer graphiquement le prix d'équilibre.
3. Quel est alors le nombre de produits demandés ?
4. Quand y a-t-il rupture de stock ?

# II- Exercice 2

## Partie A

Soit $g$ une fonction définie sur $[-1;+\infty[$ par : $g\left(x\right)=1-4x\sqrt{x-1}$

1. Montrer que $\left(\forall x\in]-1;+\infty[\right)\ :\ g'\left(x\right)=\frac{-2(3x+2)}{\sqrt{x+1}}$, et dresser le tableau de variation de $g$.
2. Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une seule solution $\alpha$ dans $[-1;+\infty[$ et que $0<\alpha<1$, puis en donner une valeur approchée à $10^{-2}$ prés.
3. En déduire le tableau de signe de $g$.

## Partie B

Soit $f$ une fonction définie sur $[-1;+\infty[$ par : $f\left(x\right)=\sqrt{x+1}-x^2+4$

1. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.
2. Montrer que $f$ n'est pas dérivable à droite de $\left(-1\right)$. En donner une interprétation graphique
3. Montrer que $\left(\forall x\in]-1;+\infty[\right)\ :\ f'\left(x\right)=\frac{g(x)}{2\sqrt{x+1}}$, puis dresser le tableau de variation de $f$.
4. Tracer la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ de la fonction $f$ dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.