AlloSchool

Mathématiques : 2Bac Eco-SGC

Semestre 1 Devoir 1 Modèle 2

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1 (3 pts)

Calculer les limites suivantes en justifiant les résultats obtenus :

$$\lim_{x \to +\infty} \left(x^3 - 7x^2 - x - 11\right) =$$

$$\lim_{x \to -\infty} \left(x^2 - 2\right)(1 - x) =$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^4+2x+1}{(x^2-2)(2x^2+1)} =$$

II- Exercice 2 (7,5 pts)

Soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = 2 + \sqrt{x^2 - x} \quad si\ x \geq 1 \\ f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x^2-3x+2} \quad si\ x < 1 \end{cases}$$

1. Calculer les limites de la fonction f en $(-\infty)$ et en $(+\infty)$. Justifier les résultats.
2. Montrer que f est continue en 1.
3. Montrer que f n'est pas dérivable à droite de 1.
4. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]1; +\infty[$.

On considère la restriction g de la fonction f sur $]-\infty; 1[$.

5. Vérifier que $x \in \left]-\infty; 1\right[$; $g(x) = \frac{x-3}{x-2}$.
6. Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera.
7. Donner une expression de $g^{-1}(x)$ en fonction de x.

III- Exercice 3 (4 pts)

Soit f une fonction continue sur les intervalles de son domaine de définition D_f, dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
f	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	1

1. Déterminer D_f.

2. Déterminer l'intervalle $f\left(I\right)$ dans chacun des cas suivants :

$$1 \quad I = \left]-\infty;-3\right]$$
$$2 \quad I = \left[-3;2\right[$$
$$3 \quad I = \left]2;+\infty\right[$$

3. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet deux solutions α et β en précisant les intervalles auxquelles elles appartiennent.
4. En déduire, en fonction de α et β, le tableau de signe de f.

IV- Exercice 4 (3,5 pts)

Soit f la fonction définie par : $f\left(x\right)=x^3-3x^2+6x-1$

1. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.
2. Montrer que l'équation $f\left(x\right)=0$ admet une seule solution α dans $\mathbb{R}$ et que $0<\alpha<1$.
3. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}. Justifier votre réponse.

V- Exercice 5 (2 pts)

Une entreprise, réalise pour la fabrication et la vente d'une quantité q d'objets, un bénéfice donné par $B\left(q\right)=2\left(20-q\right)\sqrt{q+3}$ avec $1\leq q\leq 20$.

1. Montrer que le bénéfice marginal est $B'\left(q\right)=\frac{14-3q}{\sqrt{q+3}}$.
2. Déterminer la quantité d'objets q_0 à produire pour que le bénéfice soit maximal.