AlloSchool

Mathématiques : 1Bac S.Exp – STE – STM

Semestre 1 Devoir 1 Modèle 2

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1 (4 pts)

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{x^2-3}{2x^2+1}$

1. Déterminer D_f l'ensemble de définition de f.
2. Montrer que f est majorée par le nombre $\frac{1}{2}$ sur D_f.
3. Est-ce que $\frac{1}{2}$ est une valeur maximale de f sur D_f ?
4. Montrer que f est minorée par le nombre -3 sur D_f.
5. Est-ce que -3 est une valeur minimale de f sur D_f ?

II- Exercice 2 (3 pts)

1. Donner la négation et étudier la valeur de vérité des propositions suivantes :

$$P : \left(\sqrt{2} < 14 \; et \; \sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}\right)$$
$$Q : \left(17 \; est \; premier \; ou \; \frac{7^{2022}+1}{2} \in \mathbb{N}\right)$$
$$R : (\exists x \in \mathbb{R}) \; \sqrt{x^2+5} = 3$$
$$S : (\forall x \in \mathbb{R}) \; x^2+5x-6 \neq 0$$
$$T : (\forall x \in \mathbb{N}) \; 6 \; divise \; x \Rightarrow 2 \; divise \; x$$

III- Exercice 3 (8 pts – Questions indépendantes)

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

$$1 \quad f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$$
$$2 \quad f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+x-2}}$$

Soient a et b deux nombres réels tels que $a \neq \frac{b}{2}$

2. En utilisant le raisonnement par contraposée, montrer que :
   $b \neq \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{a+2b}{2a-b} \neq \frac{2}{3}$
3. En utilisant le raisonnement par équivalences successives, montrer que :
   $(\forall x \in]1;+\infty[) \; \frac{x+1}{\sqrt{2x-2}} > 1$
4. Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \; 15 \; divise \; 4^{2n+1}-4$
5. Montrer par récurrence que :
   $(\forall n \in \mathbb{N}) \; 1+6+6^2+....+6^n = \frac{1}{5}\left(6^{n+1}-1\right)$

IV- Exercice 4 (5 pts)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{2x^2}{x^2+1}$

1. Étudier la parité de f.
2. Montrer que pour tous a et b de $\mathbb{R}$ tels que $a \neq b$, on a :
   $\frac{f(a)-f(b)}{a-b} = \frac{2(a+b)}{(a^2+1)(b^2+1)}$
3. Étudier la monotonie de f sur $[0; +\infty[$.
4. En déduire la monotonie de f sur $]-\infty; 0]$.
5. Dresser le tableau de variations de f.