Mathématiques : 2Bac SPC-SVT-Agro-STE-STM

Semestre 1 Devoir 1 Modèle 2

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

I- Exercice 1

1. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x} - \sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x} =$$
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt[3]{x-1}-1}{\sqrt{x-1}-1} =$$
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x}-1} =$$
$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt[3]{x^3-x-1} - 2x - 1 =$$

II- Exercice 2

Soit f une fonction continue sur l'intervalle $[a,b]$ et à valeurs dans l'intervalle $[a,b]$:

$$(\forall x \in [a,b] \ ; \ f(x) \in [a,b])$$

1. Montrer que la fonction f admet au moins un point fixe (càd $\exists c \in [a,b] \ ; \ f(c) = c$).

III- Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $I = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ par :

$$f(x) = x^2 - x\sin(x) - \cos(x)$$

1. Montrer que f est strictement croissante sur I.
2. Montrer qu'il existe un unique réel α de l'intervalle I tel que $f(\alpha) = 0$.
3. Auquel des intervalles $\left]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right[$ et $\left]\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right[$ appartient le réel α ? Justifier la réponse.
4. Donner le tableau de signe de la fonction f sur I.

IV- Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + x$

1. Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque g définie sur un intervalle J à déterminer.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction g.
3. Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})\ (g(x))^3 + g(x) = x$

4. Montrer que $\left(\forall x \in \mathbb{R}^{+}\right) g\left(x\right) \leq x$, puis calculer la limite $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x}{\left(g(x)\right)^{3}}$.

V- Exercice 5

1. Simplifier les nombres suivants :

$$A = \frac{\sqrt{18} \times \sqrt{\sqrt[3]{256}} \times \sqrt[4]{64}}{\sqrt[3]{1024} \times \sqrt[6]{64 \times 10^{6}}}$$

$$B = \frac{\sqrt[15]{3} \times \sqrt[3]{9} \times \left(\sqrt{9}\right)^{3}}{\sqrt[4]{27} \times \sqrt{\sqrt{3}}}$$

$$C = \frac{\sqrt[4]{2048} \times \sqrt[4]{160000}}{\sqrt[8]{4096} \times \sqrt[3]{\sqrt{256} \times \sqrt{512}}}$$