

Sommaire**IIX- Exercices II****8-1/ Exercice 2-1****8-2/ Exercice 2-2****8-3/ Exercice 2-3****8-4/ Exercice 2-4****IIX- Exercices II****8-1/ Exercice 2-1**

Soit  $X$  la variable aléatoire définie par le tableau suivant :

$x_i$	1	2	3	4	5
$p_i$	0,25	$p_2$	0,18	$p_4$	0,37

1. Déterminer la valeur de  $p_2$  et  $p_4$  sachant que les événements  $[X = 2]$  et  $[X = 4]$  sont équiprobables.

2. Calculer les probabilités suivantes :

$$P(X \geq 2) ; P(1 \leq X \leq 3) ; P_{(X \geq 2)}(X \leq 4)$$

3. Calculer l'espérance  $E(X)$  et l'écart-type  $\sigma(X)$ .

4. Déterminer la fonction de répartition  $F_x$  de  $X$ , puis tracer sa courbe.

**8-2/ Exercice 2-2**

On considère le jeu suivant :

Le joueur lance d'abord un dé non truqué. S'il obtient 1, 2 ou 3, il gagne l'équivalent en dirhams (c'est-à-dire 1 Dh s'il obtient 1 par exemple). Sinon, il perd 2Dh.

On note  $X$  la variable aléatoire correspondant au gain du joueur (négatif en cas de perte).

1. Donner la loi de probabilité de  $X$  et sa fonction de répartition  $F_x$ .
2. Calculer l'espérance mathématique  $E(X)$  et la variance  $V(X)$ .

On modifie le jeu de la façon suivante : les gains restent les mêmes pour les résultats 1, 2 ou 3, mais si le joueur obtient autre chose, il relance le dé. S'il obtient 3 ou moins, il gagne 3Dhs, sinon il perd 5Dhs.

3. Décrire formellement l'univers du nouveau jeu.

On note  $Y$  la variable aléatoire qui désigne le nouveau gain du joueur.

4. Donner la loi de  $Y$  et calculer son espérance.
5. Quelle variante du jeu est la plus avantageuse pour le joueur ? Justifier.

### 8-3/ Exercice 2-3

Soit  $X$  une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres  $n = 20$  et  $p = 0,4$ .

1. Déterminer  $X(\Omega)$  et l'expression de  $P(X = k)$  pour tout  $k \in X(\Omega)$ .
2. En déduire les probabilités suivantes :

$$\begin{aligned} & P(X = 6) ; P(X \leq 3) ; P(X \geq 2) \\ & P(X = 8,5) ; P(3 \leq X \leq 6) ; P_{(X \geq 3)}(X \leq 6) \end{aligned}$$

3. Déterminer les valeurs de l'entier naturel  $n_0$  pour lesquelles :

$$P(X \geq n_0) \leq 0,63$$

4. Déterminer: l'espérance et la variance de  $X$ .

### 8-4/ Exercice 2-4

Considérerons l'expérience aléatoire qui consiste à lancer un dé non pipé, l'issue de l'expérience étant l'apparition ou non du chiffre 6.

L'expérience est répétée 100 fois.

1. Préciser la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$  égale au nombre de fois où le chiffre 6 est apparu au cours des 100 lancers.
2. Calculer l'espérance et l'écart-type de  $X$ .