Mathématiques : 1Bac S.Exp – STE – STM

Semestre 2 Devoir 3 Modèle 1

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1 (6 pts)

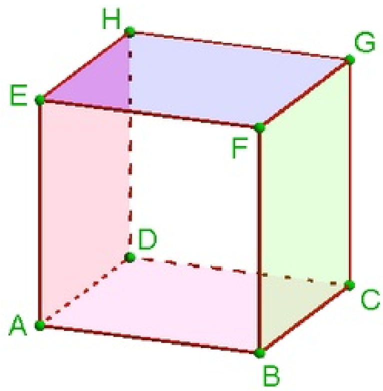
On considère dans l'espace deux points $A(0;1;2)$ et $B(2;-1;1)$, et trois vecteurs $\vec{u}\left(1;0;-2\right)$,
$\vec{v}\,(1;-1;-3)$ et $\vec{w}\left(1;-1;2\right)$.

1. Donner une représentation paramétrique de la droite (D) qui passe par $B(2;-1;1)$ et de vecteur directeur $\vec{w}\left(1;-1;2\right)$.
2. Montrer que les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.
3. Montrer que $2x-y+z-1=0$ est une équation cartésienne du plan (P) qui passe par le point A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
4. Montrer que les trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne sont pas coplanaires.
5. En déduire que la droite (D) perce le plan (P) ,et déterminer les coordonnées de leur point d'intersections.

II- Exercice 2 (3 pts)

Soit $ABCDEFGH$ un cube, et soient les points M et N tels que $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

1. Montrer que $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{EA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$.
2. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{EA}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont coplanaires.



III- Exercice 3 (11 pts)

On considère la fonction numérique f définie par : $f\left(x\right)=\frac{x^3-2x^2-x+1}{x^2}$

Soit $\left(C_f\right)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. Déterminer D_f.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, et donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.
3. Calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.
4. Montrer que la droite $(D)\ :\ y = x - 2$ est une asymptote oblique à $\left(C_f\right)$ au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$.
5. Étudier la position relative de $\left(C_f\right)$ par rapport à la droite (D).
6. Montrer que : $\left(\forall x \in D_f\right)\ f\text{'}(x) = \frac{(x-1)\left(x^2+x+2\right)}{x^3}$
7. Montrer que le signe de $f\text{'}(x)$ est celui de $x(x-1)$.
8. Dresser le tableau de variation de f.
9. Montrer que : $\left(\forall x \in D_f\right)\ f\text{''}(x) = \frac{6-2x}{x^4}$ (utilisez $f\text{'}(x) = \frac{x^3+x-2}{x^3}$)
10. Étudier la concavité de $\left(C_f\right)$, et montrer que $\left(C_f\right)$ admet un point d'inflexion dont il faut déterminer les coordonnées.

On admet que $f(-1) = -1$, $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2}$ et $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

11. Construire $\left(C_f\right)$.