



## Mathématiques : Tronc Commun

### Séance 15 (Statistiques)

**Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak**

### Sommaire

#### I- Terminologie statistique et symboles

1-1/ Population – Unité statistique – Caractère – Valeurs – Classes

1-2/ Effectifs – Effectifs cumulés – Fréquences – Fréquences cumulées – Pourcentages

#### II- Paramètres de position

2-1/ Moyenne arithmétique (ou moyenne statistique)

2-2/ Médiane

#### III- Paramètres de dispersion

3-1/ Étendue

3-2/ Écart moyen

3-3/ Variance

3-4/ Écart type

#### IV- Diagrammes

4-1/ Diagramme en bâtons et polygone statistique

4-2/ Diagramme sectoriel

4-3/ Histogramme

#### V- Exercices

5-1/ Exercice 1

5-2/ Exercice 2

5-3/ Exercice 3

5-4/ Exercice 4

---

#### I- Terminologie statistique et symboles

1-1/ Population – Unité statistique – Caractère – Valeurs – Classes

#### **Activité**

1. Exemple 1

Dix candidats ont passé un concours , les notes obtenues sur 150 points sont :

60 – 70 – 80 – 60 – 60 – 70 – 90 – 70 – 60 – 80

## 2. Exemple 2

Le tableau suivant présente les poids de 60 bébés âgés de 4 mois :

| Poids des bébés en kg | [5;5,5[ | [5,5;6[ | [6;6,5[ | [6,5;7[ | [7;7,5[ |
|-----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Nombres de bébés      | 200     | 50      | 30      | 15      | 5       |

## 3. Exemple 3

Le tableau suivant donne le nombre des voitures vendues de chaque marque parmi 300 voitures vendues pendant un mois :

| Marques des voitures         | Dacia | Peugeot | Ford | Mercedes | BMW |
|------------------------------|-------|---------|------|----------|-----|
| Nombres des voitures vendues | 200   | 50      | 30   | 15       | 5   |

## Terminologie statistique

| Termes                                                                  | Exemple 1                                                                         | Exemple 2                                                                                                                                                              | Exemple 3            |
|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| Population statistique                                                  | 10 candidats                                                                      | 60 bébés                                                                                                                                                               | 300 voitures vendues |
| Effectif total (noté N)                                                 | N=10                                                                              | N=60                                                                                                                                                                   | N=300                |
| Unité statistique ou « individu »                                       | Candidat                                                                          | Bébé                                                                                                                                                                   | Voiture vendue       |
| Caractère (ou variable statistique)                                     | Note obtenue                                                                      | Poids du bébé                                                                                                                                                          | Marque de la voiture |
| Types de caractères                                                     | Caractère quantitatif discret                                                     | Caractère quantitatif continue                                                                                                                                         | Caractère qualitatif |
| $x_i$ : valeurs du caractère<br>$[a_p, a_{p+1}[$ : classes du caractère | Suivant le sens croissant :<br>$x_1 = 60$ ; $x_2 = 70$<br>$x_3 = 80$ ; $x_4 = 90$ | La 1ère classe est $[5; 5, 5[$<br>La dernière classe est $[7; 7, 5[$<br>Le représentant est $c_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ le milieu de l'intervalle $[a_i; a_{i+1}[$ |                      |

## Remarques

Le caractère quantitatif discret prend des valeurs isolées (comme les mois de naissances des élèves ou le nombre des membres de la famille pour chaque élève d'une classe de tronc commun).

Le caractère quantitatif continue prend des valeurs très proches (comme les poids ou les hauteurs des élèves d'un lycée), dans ce cas les valeurs du caractères sont rassemblées dans des intervalles demi ouverts de même longueur ou de même capacité, chaque intervalle est appelé classe.

Le caractère qualitatif ne peut pas s'exprimer par des nombres (comme les couleurs des yeux ou les marques des voitures préférées).

## 1-2/ Effectifs – Effectifs cumulés – Fréquences – Fréquences cumulées – Pourcentages

### Effectifs

Le nombre de fois tel qu'une valeur  $x_i$  est répétée s'appelle effectif, on la note  $n_i$ .

La somme des effectifs  $n_i$  est  $N$  le nombre total de la population statistique.

Le couple  $(x_i, n_i)$  s'appelle une série statistique.

Toute valeur ou toute classe ayant le plus grand effectif s'appelle valeur (ou classe) modale.

On peut avoir plusieurs valeurs modes (valeurs modales) ou classes modes (ou classes modales).

### Effectifs cumulés

$(x_i, n_i)$  est une série statistique.

Le nombre  $n_1 + n_2 + \dots + n_i$  s'appelle l'effectif cumulé de la valeur  $x_i$  d'un caractère.

### Fréquences

$(x_i, n_i)$  est une série statistique.

Le nombre  $\frac{n_i}{N}$  s'appelle la fréquence de la valeur  $x_i$  d'un caractère.

On note :  $f_i = \frac{n_i}{N}$

### Fréquences cumulées

$(x_i, n_i)$  est une série statistique.

Le nombre  $f_1 + f_2 + \dots + f_i$  s'appelle la fréquence cumulée de la valeur  $x_i$  d'un caractère.

### Pourcentages

$(x_i, n_i)$  est une série statistique.

Le nombre  $f_i \times 100\%$  s'appelle le pourcentage de la valeur  $x_i$  d'une caractère.

On note :  $p_i = f_i \times 100\%$

La somme des pourcentage est égale à 100% ( $p_1 + p_2 + \dots + p_p = 100\%$ ).

## II- Paramètres de position

### 2-1/ Moyenne arithmétique (ou moyenne statistique)

#### Définition

La moyenne arithmétique d'une série statistique  $(x_i, n_i)$  est le nombre  $\overline{x}$  tel que :

$$\overline{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{N}$$

avec  $p$  est le nombre des valeurs  $x_i$  et  $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$ .

#### Remarque

Dans le cas d'une série statistique où les valeurs sont exprimées par classes

$[a_i; a_{i+1}[$ , les valeurs  $x_i$  sont remplacés par les milieux  $c_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$  des classes  $[a_i; a_{i+1}[$ .

Donc :  $\overline{x} = \frac{n_1c_1 + n_2c_2 + \dots + n_pc_p}{N}$

avec  $p$  est le nombre de classes.

#### Exemple

### 2-2/ Médiane

#### Définition

La plus petite valeur du caractère dont l'effectif cumulé est plus grand ou égal à la moitié de l'effectif total  $N$  est appelée la médiane.

On la note  $Me$ .

#### Exemple

## III- Paramètres de dispersion

### 3-1/ Étendue

#### Définition

La différence entre deux valeurs extrêmes s'appelle l'étendue.

#### Exemple

### 3-2/ Écart moyen

#### Définition

La moyenne des écarts à la moyenne statistique  $\overline{x}$  s'appelle l'écart-moyen, on la note  $\overline{e}$  :

$$\overline{e} = \frac{n_1|x_1 - \overline{x}| + n_2|x_2 - \overline{x}| + \dots + n_p|x_p - \overline{x}|}{N}$$

#### Exemple

### 3-3/ Variance

#### Définition

La variance d'une série statistique  $(x_i, n_i)$  est le nombre  $V$  tel que :

$$V = \frac{n_1|x_1^2 - \overline{x}^2| + n_2|x_2^2 - \overline{x}^2| + \dots + n_p|x_p^2 - \overline{x}^2|}{N}$$

avec  $p$  est le nombre des valeurs  $x_i$ , et  $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$ , et  $\bar{x}$  est la moyenne arithmétique de la série statistique.

### Propriété

La variance d'une série statistique  $(x_i, n_i)$  est :

$$V = \frac{n_1(x_1)^2 + n_2(x_2)^2 + \dots + n_p(x_p)^2}{N} - (\bar{x})^2$$

La variance est toujours positive.

### Exemple

### 3-4/ Écart type

### Définition

L'écart type d'une série statistique  $(x_i, n_i)$  est le nombre  $\sigma$  tel que  $\sigma = \sqrt{V}$ , avec  $V$  est la variance de la série statistique.

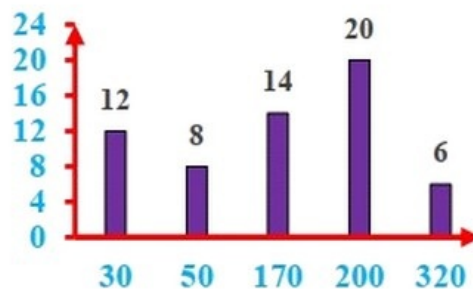
### Exemple

## IV- Diagrammes

### 4-1/ Diagramme en bâtons et polygone statistique

|                  |                       |                      |                       |                       |                      |
|------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| Valeurs $x_i$    | $x_1 = 30$            | $x_2 = 50$           | $x_3 = 170$           | $x_4 = 200$           | $x_5 = 320$          |
| Effectifs $n_i$  | $n_1 = 12$            | $n_2 = 8$            | $n_3 = 14$            | $n_4 = 20$            | $n_5 = 6$            |
| Fréquences $f_i$ | $f_1 = \frac{12}{60}$ | $f_2 = \frac{8}{60}$ | $f_3 = \frac{14}{60}$ | $f_4 = \frac{20}{60}$ | $f_5 = \frac{6}{60}$ |

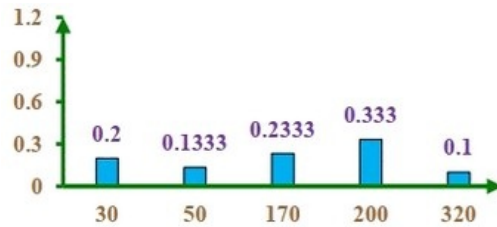
### Diagramme en bâtons des effectifs



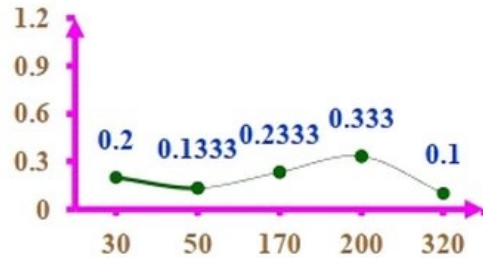
### Polygone statistique des effectifs



### Diagramme en bâtons des fréquences



## Polygone statistique des fréquences

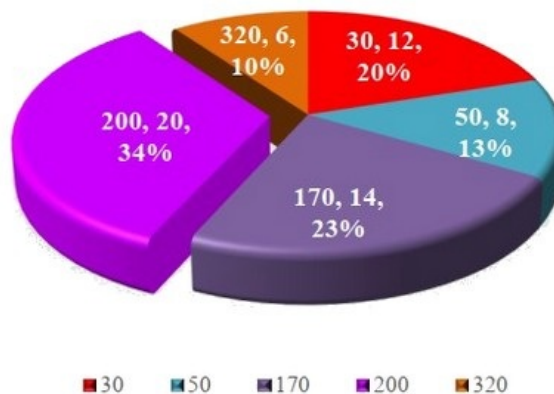


## 4-2/ Diagramme sectoriel

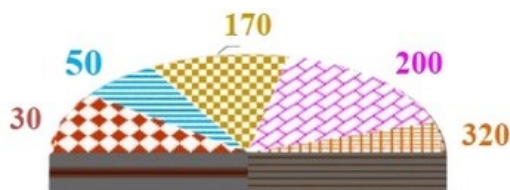
### Exemple

|                                             |                       |                       |                       |                        |                       |
|---------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|
| Valeurs $x_i$                               | $x_1 = 30$            | $x_2 = 50$            | $x_3 = 170$           | $x_4 = 200$            | $x_5 = 320$           |
| Effectifs $n_i$                             | $n_1 = 12$            | $n_2 = 8$             | $n_3 = 14$            | $n_4 = 20$             | $n_5 = 6$             |
| $\alpha_i = \frac{360^\circ \times n_i}{N}$ | $\alpha_1 = 72^\circ$ | $\alpha_2 = 48^\circ$ | $\alpha_3 = 84^\circ$ | $\alpha_4 = 120^\circ$ | $\alpha_5 = 36^\circ$ |
| $\beta_i = \frac{180^\circ \times n_i}{N}$  | $\beta_1 = 36^\circ$  | $\beta_2 = 24^\circ$  | $\beta_3 = 42^\circ$  | $\beta_4 = 60^\circ$   | $\beta_5 = 18^\circ$  |

## Diagramme sectoriel sur un cercle tout entier



## Diagramme sectoriel sur un demi cercle



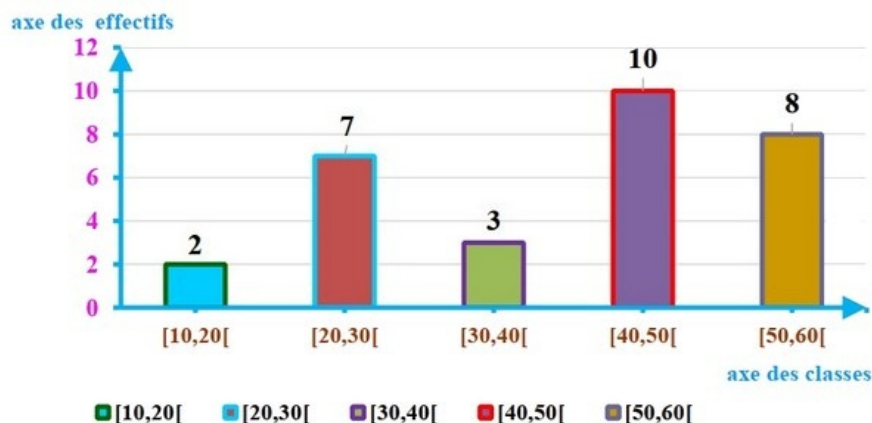
## 4-3/ Histogramme

### Exemple

|                         |            |            |            |            |            |
|-------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Classe $[a_i, a_{i+1}[$ | $[10; 20[$ | $[20; 30[$ | $[30; 40[$ | $[40; 50[$ | $[50; 60[$ |
|                         |            |            |            |            |            |

|           |   |   |   |    |   |
|-----------|---|---|---|----|---|
| Effectifs | 2 | 7 | 3 | 10 | 8 |
|-----------|---|---|---|----|---|

## Histogramme des effectifs des classes d'amplitude 10



## V- Exercices

### 5-1/ Exercice 1

Un ensemble de famille est décrit d'après le nombre des enfants :

|                          |     |      |      |     |     |     |
|--------------------------|-----|------|------|-----|-----|-----|
| Nombre d'enfants $x_i$   | 0   | 1    | 2    | 3   | 4   | 5   |
| Nombre de familles $x_i$ | 712 | 1505 | 1821 | 910 | 544 | 328 |

1. Faire une représentation graphique des effectifs.
2. Représenter le polygone des effectifs.
3. Donner la moyenne.
4. Calculer la médiane

### 5-2/ Exercice 2

Voici le relevé d'une étude statistique sur les tailles en cm de 300 élèves d'un établissement :

|           |           |           |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Tailles   | [135,145[ | [145,155[ | [155,165[ | [165,175[ | [175,185[ | [185,195[ |
| Effectifs | 15        | 27        | 90        | 120       | 43        | 5         |

1. Faire le calcul des fréquences, mode, médiane, moyenne, variance.
2. Faire la représentation graphique des effectifs, ainsi que le polygone des effectifs.

### 5-3/ Exercice 3

La vitesse d'un certain nombre de voiture a été contrôlé sur une autoroute, et on a obtenu le tableau suivant :

|           |         |          |           |           |           |
|-----------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Tailles   | [60,80[ | [80,100[ | [100,120[ | [120,140[ | [140,160[ |
| Effectifs | 20      | 27       | 90        | 10        | 3         |

1. Faire le calcul des fréquences, mode, , moyenne,
2. Faire la représentation graphique des effectifs.

### 5-4/ Exercice 4

Le tableau suivant récapitule les moyennes annuelles en Mathématiques d'élèves de seconde :

| Note (/20) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | Total |
|------------|---|---|---|---|---|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-------|
| Effectif   | 0 | 1 | 0 | 5 | 6 | 2 | 11 | 7 | 23 | 25 | 30 | 16 | 26 | 15 | 19 | 14 | 11 | 5  | 2  | 3  | 0  | 221   |
| fréquence  |   |   |   |   |   |   |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |       |
| ECC        |   |   |   |   |   |   |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |       |

1. Compléter la distribution des fréquences.
2. Que signifie ECC ? compléter la ligne correspondante.
3. Utiliser le tableau pour déterminer la médiane, les premier et troisième quartiles.
4. Tracer le polygone des effectifs.