AlloSchool

Mathématiques : Tronc Commun

Séance 15 (Statistiques)

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

Sommaire

I- Terminologie statistique et symboles

1-1/ Population – Unité statistique – Caractère – Valeurs – Classes

1-2/ Effectifs – Effectifs cumulés – Fréquences – Fréquences cumulées – Pourcentages

II- Paramètres de position

2-1/ Moyenne arithmétique (ou moyenne statistique)

2-2/ Médiane

III- Paramètres de dispersion

3-1/ Étendue

3-2/ Écart moyen

3-3/ Variance

3-4/ Écart type

IV- Diagrammes

4-1/ Diagramme en bâtons et polygone statistique

4-2/ Diagramme sectoriel

4-3/ Histogramme

V- Exercices

5-1/ Exercice 1

5-2/ Exercice 2

5-3/ Exercice 3

5-4/ Exercice 4

I- Terminologie statistique et symboles

1-1/ Population – Unité statistique – Caractère – Valeurs – Classes

Activité

1. Exemple 1

Dix candidats ont passé un concours , les notes obtenues sur 150 points sont :

$$60 - 70 - 80 - 60 - 60 - 70 - 90 - 70 - 60 - 80$$

2. Exemple 2

Le tableau suivant présente les poids de 60 bébés âgés de 4 mois :

Poids des bébés en kg	[5;5,5[	[5,5;6[	[6;6,5[	[6,5;7[	[7;7,5[
Nombres de bébés	200	50	30	15	5

3. Exemple 3

Le tableau suivant donne le nombre des voitures vendues de chaque marque parmi 300 voitures vendues pendant un mois :

Marques des voitures	Dacia	Peugeot	Ford	Mercedes	BMW
Nombres des voitures vendues	200	50	30	15	5

Terminologie statistique

Termes	Exemple 1	Exemple 2	Exemple 3
Population statistique	10 candidats	60 bébés	300 voitures vendues
Effectif total (noté N)	N=10	N=60	N=300
Unité statistique ou « individu»	Candidat	Bébé	Voiture vendue
Caractère (ou variable statistique)	Note obtenue	Poids du bébé	Marque de la voiture
Types de caractères	Caractère quantitatif discret	Caractère quantitatif continue	Caractère qualitatif
x_i : valeurs du caractère $[a_p, a_{p+1}[$: classes du caractère	Suivant le sens croissant : $x_1 = 60$; $x_2 = 70$ $x_3 = 80$; $x_4 = 90$	La 1ère classe est $[5; 5, 5[$ La dernière classe est $[7; 7, 5[$ Le représentant est $c_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ le milieu de l'intervalle $[a_i; a_{i+1}[$	

Remarques

Le caractère quantitatif discret prend des valeurs isolées (comme les mois de naissances des élèves ou le nombre des membres de la famille pour chaque élève d'une classe de tronc commun .

Le caractère quantitatif continue prend des valeurs très proches (comme les poids ou les hauteurs des
élèves d'un lycée), dans ce cas les valeurs du caractères sont rassemblées dans des intervalles demi
ouverts de même longueur ou de même capacité, chaque intervalle est appelé classe.

Le caractère qualitatif ne peut pas s'exprimer par des nombres (comme les couleurs des yeux ou les marques des voitures préférées).

1-2/ Effectifs – Effectifs cumulés – Fréquences – Fréquences cumulées – Pourcentages

Effectifs

Le nombre de fois tel qu'une valeur x_i est répétée s'appelle effectif, on la note n_i.

La somme des effectifs n_i est N le nombre total de la population statistique.

Le couple (x_i, n_i) s'appelle une série statistique.

Toute valeur ou toute classe ayant le plus grand effectif s'appelle valeur (ou classe) modale.

On peut avoir plusieurs valeurs modes (valeurs modales) ou classes modes (ou classes modales).

Effectifs cumulés

(x_i, n_i) est une série statistique.

Le nombre $n_1 + n_2 + \ldots + n_i$ s'appelle l'effectif cumulé de la valeur x_i d'un caractère.

Fréquences

(x_i, n_i) est une série statistique.

Le nombre $\frac{n_i}{N}$ s'appelle la fréquence de la valeur x_i d'un caractère.

On note : $f_i = \frac{n_i}{N}$

Fréquences cumulées

(x_i, n_i) est une série statistique.

Le nombre $f_1 + f_2 + \ldots + f_i$ s'appelle la fréquence cumulée de la valeur x_i d'un caractère.

Pourcentages

(x_i, n_i) est une série statistique.

Le nombre $f_i \times 100\%$ s'appelle le pourcentage de la valeur x_i d'une caractère .

On note : $p_i = f_i \times 100\%$

La somme des pourcentage est égale à 100% $(p_1 + p_2 + \ldots + p_p = 100\%)$.

II- Paramètres de position

2-1/ Moyenne arithmétique (ou moyenne statistique)

Définition

La moyenne arithmétique d'une série statistique (x_i, n_i) est le nombre $\overline{x}$ tel que :

$$\overline{x} = \frac{n_1x_1+n_2x_2+....+n_px_p}{N}$$

avec p est le nombre des valeurs x_i et $N = n_1 + n_2 + \ldots + n_p$.

Remarque

Dans le cas d'une série statistique où les valeurs sont exprimées par classes $[a_i; a_{i+1}[$, les valeurs x_i sont remplacés par les milieux $c_i = \frac{a_i+a_{i+1}}{2}$ des classes $[a_i; a_{i+1}[$.

Donc : $\overline{x} = \frac{n_1c_1+n_2c_2+....+n_pc_p}{N}$

avec p est le nombre de classes.

Exemple

2-2/ Médiane

Définition

La plus petite valeur du caractère dont l'effectif cumulé est plus grand ou égal à la moitié de l'effectif total N est appelée la médiane.

On la note Me.

Exemple

III- Paramètres de dispersion

3-1/ Étendue

Définition

La différence entre deux valeurs extrêmes s'appelle l'étendue.

Exemple

3-2/ Écart moyen

Définition

La moyenne des écarts à la moyenne statistique $\overline{x}$ s'appelle l'écart-moyen, on la note $\overline{e}$:

$$\overline{e} = \frac{n_1|x_1-\overline{x}|+n_2|x_2-\overline{x}|+....+n_p|x_p-\overline{x}|}{N}$$

Exemple

3-3/ Variance

Définition

La variance d'une série statistique (x_i, n_i) est le nombre V tel que :

$$V = \frac{n_1|{x_1}^2-\overline{x}^2|+n_2|{x_2}^2-\overline{x}^2|+....+n_p|{x_p}^2-\overline{x}^2|}{N}$$

avec p est le nombre des valeurs x_i, et $N = n_1 + n_2 + \ldots + n_p$, et $\overline{x}$ est la moyenne arithmétique de la série statistique.

Propriété

La variance d'une série statistique (x_i, n_i) est :

$$V = \frac{n_1(x_1)^2+n_2(x_2)^2+....+n_p(x_p)^2}{N} - (\overline{x})^2$$

La variance est toujours positive.

Exemple

3-4/ Écart type

Définition

L'écart type d'une série statistique (x_i, n_i) est le nombre σ tel que $\sigma = \sqrt{V}$, avec V est la variance de la série statistique.

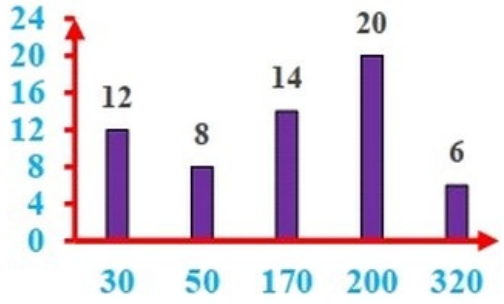
Exemple

IV- Diagrammes

4-1/ Diagramme en bâtons et polygone statistique

Valeurs x_i	$x_1 = 30$	$x_2 = 50$	$x_3 = 170$	$x_4 = 200$	$x_5 = 320$
Effectifs n_i	$n_1 = 12$	$n_2 = 8$	$n_3 = 14$	$n_4 = 20$	$n_5 = 6$
Fréquences f_i	$f_1 = \frac{12}{60}$	$f_2 = \frac{8}{60}$	$f_3 = \frac{14}{60}$	$f_4 = \frac{20}{60}$	$f_5 = \frac{6}{60}$

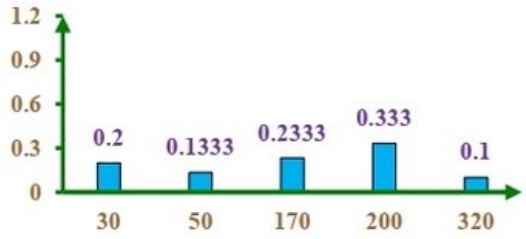
Diagramme en bâtons des effectifs



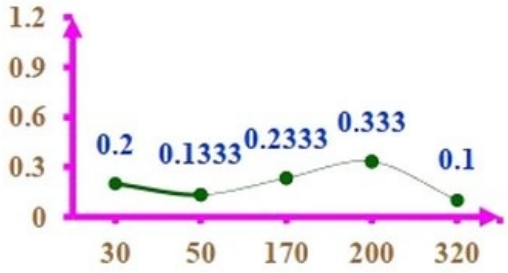
Polygone statistique des effectifs



Diagramme en bâtons des fréquences



Polygone statistique des fréquences



4-2/ Diagramme sectoriel

Exemple

Valeurs x_i	$x_1 = 30$	$x_2 = 50$	$x_3 = 170$	$x_4 = 200$	$x_5 = 320$
Effectifs n_i	$n_1 = 12$	$n_2 = 8$	$n_3 = 14$	$n_4 = 20$	$n_5 = 6$
$\alpha_i = \frac{360^\circ \times n_i}{N}$	$\alpha_1 = 72^\circ$	$\alpha_2 = 48^\circ$	$\alpha_3 = 84^\circ$	$\alpha_4 = 120^\circ$	$\alpha_5 = 36^\circ$
$\beta_i = \frac{180^\circ \times n_i}{N}$	$\beta_1 = 36^\circ$	$\beta_2 = 24^\circ$	$\beta_3 = 42^\circ$	$\beta_4 = 60^\circ$	$\beta_5 = 18^\circ$

Diagramme sectoriel sur un cercle tout entier

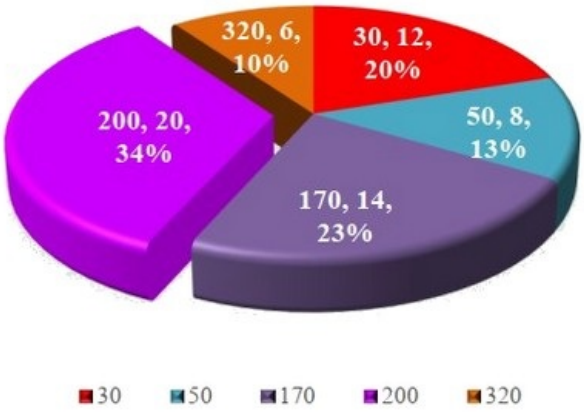
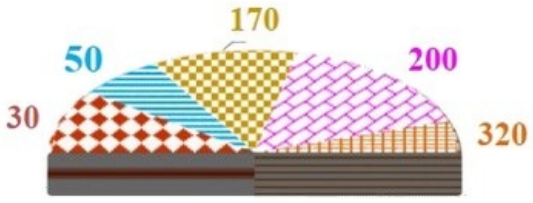


Diagramme sectoriel sur un demi cercle

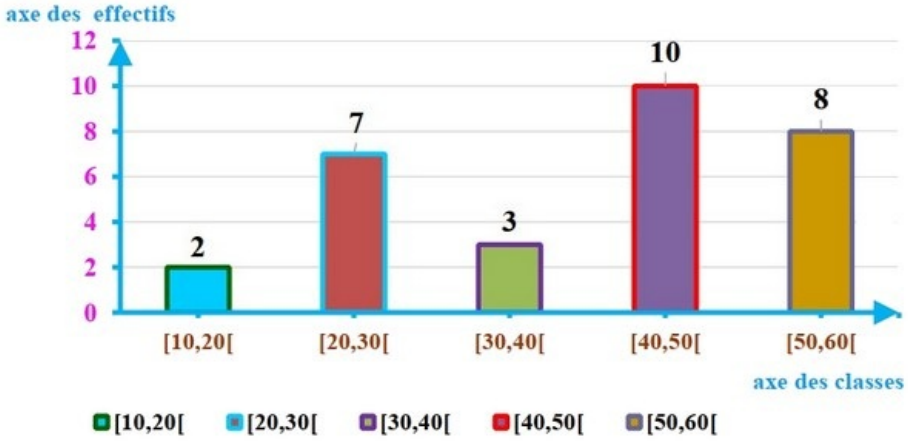


4-3/ Histogramme

Exemple

Classe $[a_i, a_{i+1}[$	$[10;20[$	$[20;30[$	$[30;40[$	$[40;50[$	$[50;60[$
Effectifs	2	7	3	10	8

Histogramme des effectifs des classes d'amplitude 10



V- Exercices

5-1/ Exercice 1

Un ensemble de famille est décrit d'après le nombre des enfants :

Nombre d'enfants x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de familles x_i	712	1505	1821	910	544	328

1. Faire une représentation graphique des effectifs.
2. Représenter le polygone des effectifs.
3. Donner la moyenne.
4. Calculer la médiane

5-2/ Exercice 2

Voici le relevé d'une étude statistique sur les tailles en cm de 300 élèves d'un établissement :

Tailles	$[135,145[$	$[145,155[$	$[155,165[$	$[165,175[$	$[175,185[$	$[185,195[$
Effectifs	15	27	90	120	43	5

1. Faire le calcul des fréquences, mode, médiane, moyenne, variance.
2. Faire la représentation graphique des effectifs, ainsi que le polygone des effectifs.

5-3/ Exercice 3

La vitesse d'un certain nombre de voiture a été contrôlé sur une autoroute, et on a obtenu le tableau suivant :

Tailles	$[60,80[$	$[80,100[$	$[100,120[$	$[120,140[$	$[140,160[$
Effectifs	20	27	90	10	3

1. Faire le calcul des fréquences, mode, , moyenne,
2. Faire la représentation graphique des effectifs.

5-4/ Exercice 4

Le tableau suivant récapitule les moyennes annuelles en Mathématiques d'élèves de seconde :

Note (/20)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total
Effectif	0	1	0	5	6	2	11	7	23	25	30	16	26	15	19	14	11	5	2	3	0	221
fréquence																						
ECC																						

1. Compléter la distribution des fréquences.
2. Que signifie ECC ? compléter la ligne correspondante.
3. Utiliser le tableau pour déterminer la médiane, les premier et troisième quartiles.
4. Tracer le polygone des effectifs.