AlloSchool

Mathématiques : 1Bac S.Exp – STE – STM

Semestre 2 Devoir 2 Modèle 1

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1 (7 pts)

Soit f une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x-1} \ ; \ x \geq 1 \\ f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1} \ ; \ x < 1 \end{cases}$$

1. Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.
2. Calculer $\lim_{x \to 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \to 1-} f(x)$.
3. a- Étudier la dérivabilité de f à droite de 1, puis interpréter le résultat
3. b- Étudier la dérivabilité de f à gauche de 1, puis interpréter le résultat
3. c- En déduire la dérivabilité de f en 1.
4. Étudier la dérivabilité de f en 0, puis donner l'équation de la tangente au point d'abscisse 0.
5. a- Calculer la fonction dérivée de f sur $[1; +\infty[$.
5. b- Calculer la fonction dérivée de f sur $]-\infty; 1[$.

II- Exercice 2 (3 pts)

On considère les fonctions suivantes :

$$f(x) = x^2 + 3x - 1 \ ; \ g(x) = \frac{x^2-1}{x-2} \ ; \ h(x) = (-x-2)\sqrt{9+x}$$

1. Déterminer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
2. Déterminer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R} - \{2\}$.
3. Déterminer $h'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

III- Exercice 3 (10 pts)

On considère la fonction f définie par $f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{1}{4x-2}$.

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}\ ; \vec{j}\right)$.

1. Déterminer D_f le domaine de définition de la fonction f.
2. Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.
3. Calculer $\lim_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^+} f(x)$ et $\lim_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^-} f(x)$.
4. En déduire les asymptotes de (C_f).

5. Étudier la dérivabilité de la fonction f sur D_f.
6. Montrer que $\forall \in D_f \ : \ f'(x) = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}$.
7. Étudier les variations de la fonction f et dresser le tableau de variations de f.
8. Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\left(C_f\right)$ au point $(1; f(1))$.
9. Montrer que le point $A\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ est un centre de symétrie de la courbe $\left(C_f\right)$.
10. Montrer avec deux méthodes que la droite d'équation $(D) \ : \ y = x + \frac{1}{2}$ est une asymptote à la courbe $\left(C_f\right)$ au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$.
11. Construire la courbe $\left(C_f\right)$ et (D) dans le repère $\left(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}\right)$.

Soit $m \in \mathbb{R}$

12. Déterminer graphiquement le nombre de solution de l'équation $m = \frac{2x^2}{2x-1}$.