Mathématiques : 1Bac S.Exp – STE – STM

Semestre 2 Devoir 1 Modèle 1

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1 (6 pts)

Partie 1

ABC est un triangle équilatéral tel que : $\overline{\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)} \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$.

On construit à l'extérieur de ce triangle un parallélogramme $BCDE$.

On considère la rotation r de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

1. Construire le point F l'image du point E par la rotation r, puis montrer que CFD est un triangle équilatéral.
2. Montrer que : $\overline{\left(\overrightarrow{BE};\overrightarrow{BA}\right)} \equiv \overline{\left(\overrightarrow{CF};\overrightarrow{CA}\right)}\ [2\pi]$
3. Que peut-on dire sur le point F si E appartient à (AB) ?

Partie 2

Soit ABC un triangle et D un point tel que $D = bar\{(B;1),(C;2)\}$.

Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. Construire les points B’, C’ et D’ les images respectives de B, C et D par r.
2. Montrer que les points B’, C’ et D’ sont alignés.

II- Exercice 2 (5 pts)

Partie 1

ABC est un triangle rectangle isocèle en A tel que $\overline{\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)} \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

Soit I le milieu du segment $[BC]$.

E et F sont deux points du plan tels que $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$

On considère la rotation de centre I et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. Montrer que le triangle EIF est rectangle isocèle en I

Partie 2

$ABCD$ un carré tel que $\overline{\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)} \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

Soit E un point du segment $[BC]$ tel que E est différent de B et C.
Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. Déterminer les images des deux droites (BC) et (AE)
2. En déduire l'image du point E par la rotation r.

III- Exercice 3 (6 pts)

Partie 1

On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x-1} \; ; \; x < 1 \\ f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \; ; \; x > 1 \end{cases}$

1. Calculer $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$. Conclure.

On considère la fonction g définie par : $\begin{cases} g(x) = \frac{x^2+1}{-x+3} \; ; \; x \leq 1 \\ g(x) = 1 - ax^2 \; ; \; x > 2 \end{cases}$

2. Déterminer une valeur de a pour laquelle g admet une limite en 2.

Partie 2

1. Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}) \; \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2-\cos x} \leq 1$
2. Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x}{2-\cos x}$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^3}{2-\cos x}$

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right) + 2$

3. Vérifier que $(\forall x \in \mathbb{R}^*) \; |f(x) - 2| \leq |x|$, puis déduire $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

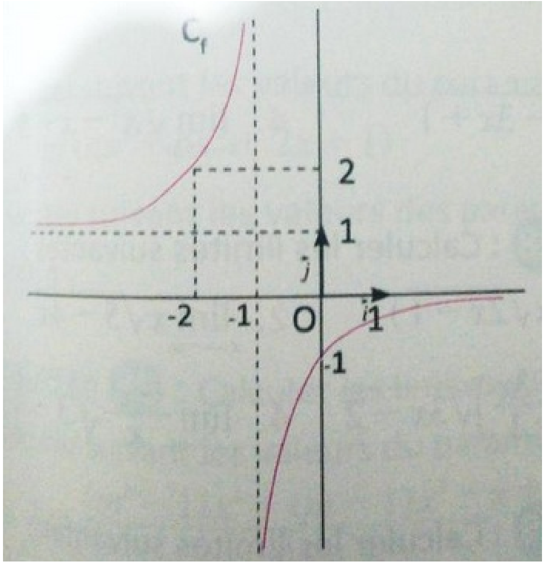
Partie 3

On considère la fonction g définie sur $]1; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{4\sin(x)+3x}{x-1}$

1. Montrer que $(\forall x \in]1; +\infty[) \; |g(x) - 3| \leq \frac{7}{x-1}$
2. En déduire la limite $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

IV- Exercice 4 (3 pts)

La figure suivante représente la courbe de la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$:



1. Déterminer par lecture graphique les limites suivantes :

1 $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ 2 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$ 3 $\lim\limits_{x \to -2} f(x) =$	4 $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) =$ 5 $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) =$ 6 $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{f(x)} =$