

Sommaire

IV- Problème de synthèse

IV- Problème de synthèse

Soit S l'ensemble des fonctions f définies et dérivables sur $\mathbb{R}$ et qui vérifient la condition suivante :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : f(x) - x \int_0^x f(t) dt + \int_0^x t f(t) dt = x$$

On considère l'équation : $(E) : y'' - y = 0$

1. Déterminer la fonction h solution de (E) et dont la courbe passe par le point $A(\ln 2; \frac{3}{4})$ et admet une tangente de pente $\frac{5}{4}$ en ce point.

Soit $x \in \mathbb{R}$

2. Calculer $I = \int_0^x t (e^t - e^{-t}) dt$ en fonction de x puis conclure que $h \in S$.

Soit f un élément de S .

3. Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : f'(x) = 1 + \int_0^x f(t) dt$
4. Montrer que f est une solution de (E) .