AlloSchool

Mathématiques : 2Bac SMA-SMB

Séance 9-2-2 : Arithmétique dans $\mathbb{Z}$ - Partie 2 (Exercices)

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

Sommaire

VI- Exercices II

6-1/ Exercice 2-1

6-2/ Exercice 2-2

6-3/ Exercice 2-3

6-4/ Exercice 2-4

VI- Exercices II

6-1/ Exercice 2-1

Soit p un nombre premier .

1. Résoudre dans $\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z}$ l'équation : $x^2 = \bar{0}$
2. Résoudre dans $\mathbb{Z}/49\mathbb{Z}$ l'équation : $x^2 + \bar{8}x + \overline{16} = \bar{0}$
3. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $4x^2 - 2x - 2 \equiv 0 \ [3]$

6-2/ Exercice 2-2

On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E) suivante :

$$(E) \ : \ 324x - 245y = 7$$

1. Montrer que si $(x;y)$ est une solution de (E), alors le nombre x est divisible par 7.
2. Résoudre l'équation (E).

Soit $(x;y)$ une solution de (E).

On pose : $d = x \wedge y$

3. Déterminer les valeurs possibles de d.
4. Déterminer les couples $(x;y)$ solutions de l'équation (E) tels que : $x \wedge y = 1$

6-3/ Exercice 2-3

Soit $n \in \mathbb{Z}$

1. Montrer que : $n^7 + 6n \equiv 0 \ [7]$ et $n^7 \equiv n \ [42]$

2. a- Montrer que : $n^5 - n \equiv 0 \ [5]$
2. b- En déduire que : $n\left(n^2-1\right)\left(n^2-4\right) \equiv 0 \ [5]$
3. Montrer que : $n^2\left(n^2-1\right)\left(n^2+1\right) \equiv 0 \ [60]$

6-4/ Exercice 2-4

Les questions suivantes sont indépendantes.

Soit $N \in \mathbb{N}$ tel que : $N = \overline{52}_p$ et $N = \overline{42}_q$.

1. Déterminer les valeurs de p et q.
2. Déterminer les entiers naturels α, β et b tels que : $\overline{\beta\beta\beta}_{(b)} = \overline{\alpha\alpha}_{(2)}$

On considère les nombres suivants : $x = \overline{236}_{(8)}$ et $y = \overline{347}_{(8)}$

3. Calculer : $x + y$ et $x \times y$

Soit b un entier naturel supérieur ou égal à 2 tel que : $\overline{45}_{(b)} + \overline{36}_{(b)} = \overline{103}_{(b)}$

4. Calculer : $\overline{45}_{(b)} \times \overline{36}_{(b)}$
5. Représenter le nombre $\overline{4523}_{(8)}$ dans le système de numération binaire.