AlloSchool

# Mathématiques : 2Bac SMA-SMB

## Séance 7-2-2 : Calcul intégral - Partie 2 (Exercices)

**Professeur : Mr CHEDDADI Haitam**

## Sommaire

VI- Exercices II

6-1/ Exercice 2-1

6-2/ Exercice 2-2

6-3/ Exercice 2-3

6-4/ Exercice 2-4

---

## VI- Exercices II

### 6-1/ Exercice 2-1

On considère la fonction $F$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = \int_x^{2x} \frac{dt}{\sqrt{1+t^2+t^4}}$

1. Montrer que la fonction $F$ est impaire.
2. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, il existe $c \in [x; 2x]$ tel que $F(x) = \frac{x}{\sqrt{1+c^2+c^4}}$.
3. En déduire que $(\forall x \in \mathbb{R}_+^*)\ 0 \leq F(x) \leq \frac{1}{x}$, puis en déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x)$.
4. Calculer $F'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

### 6-2/ Exercice 2-2

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$ avec $||\vec{i}|| = 2cm$ et $||\vec{j}|| = 4cm$.

1. Calculer l'aire du domaine délimité par les courbes des fonctions $f$ et $g$ définies sur $[e; e^2]$ par :

$$f(x) = \frac{x+1}{x \ln x} \text{ et } g(x) = \frac{1}{\ln x}$$

### 6-3/ Exercice 2-3

- Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ dans chacun des cas suivants :

$$1\ \ u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k^2}{n^2.\sqrt[3]{n^3+k^3}}$$
$$2\ \ u_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{n+k}{n^2+k^2}$$
$$3\ \ u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{k^3}{\sqrt{(n^2+k^2)^3}}$$
$$4\ \ u_n = \frac{1}{n\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{k}{\sqrt{n+k}}$$

## 6-4/ Exercice 2-4

Soit $f$ la fonction numérique définie sur $[1;+\infty[$ par : $f(x) = e^{-\sqrt{x-1}}$

Soit $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ avec :

$\|\overrightarrow{i}\| = \|\overrightarrow{j}\| = 2cm$

On pose : $(\forall x \in ]0;1])\ F(x) = \int_1^{1+(\ln x)^2} f(t)\,\mathrm{d}\,t$

1. Montrer que $(\forall x \in ]0;1])\ F'(x) = 2\ln x$
2. Calculer $F(x)$ pour tout $x \in ]0;1]$.

Pour tout $\alpha \geq 1$, on note $S(\alpha)$ l'aire du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \alpha$.

3. Montrer que $S(\alpha) = F(f(\alpha))$ (en unité d'aire)
4. Calculer $S(\alpha)$ et $\lim\limits_{\alpha \to +\infty} S(\alpha)$