AlloSchool

Mathématiques : 2Bac SMA-SMB

Séance 7-1-2 : Calcul intégral - Partie 1 (Exercices)

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

Sommaire

III- Exercices I

3-1/ Exercice 1-1

3-2/ Exercice 1-2

3-3/ Exercice 1-3

3-4/ Exercice 1-4

III- Exercices I

3-1/ Exercice 1-1

- Calculer les intégrales suivantes :

$I_1 = \int_0^{\ln 3} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \, \mathrm{d}\, x$

$I_2 = \int_2^3 (2 - x) e^{x^2 - 4x} \, \mathrm{d}\, x$

$I_3 = \int_1^e \frac{dx}{x(1 + \ln x)}$

$I_4 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{(3\tan x + 2)\cos^2 x}$

$I_5 = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\tan x}{\ln(\cos x)} \, \mathrm{d}\, x$

$I_6 = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\tan x}{\ln^3(\cos x)} \, \mathrm{d}\, x$

$I_7 = \int_1^3 \left(e^x \ln x + \frac{e^x}{x} \right) \mathrm{d}\, x$

$I_8 = \int_0^1 \frac{(Arc\tan x)^2}{x^2 + 1} \, \mathrm{d}\, x$

$I_9 = \int_0^{\pi} e^x (\sin x + \cos x) \, \mathrm{d}\, x$

$I_{10} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} \, \mathrm{d}\, x$

3-2/ Exercice 1-2

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{1}{(x^2 + 3x + 2)^3}$

1. Déterminer les réels a, b, c, d, α et β tels que pour tout $x \in [2; 3]$:

$$f(x) = \frac{a}{(x+1)^3} + \frac{b}{(x+2)^3} + \frac{c}{(x+1)^2} + \frac{d}{(x+2)^2} + \frac{\alpha}{x+1} + \frac{\beta}{x+2}$$

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_n = \int_0^n f(x) \, \mathrm{d}\, x$

2. Calculer u_n en fonction de n puis montrer que :

$$\lim_{n \to \infty} u_n = \ln(64) - \frac{33}{8}$$

3-3/ Exercice 1-3

- En utilisant la formule d'intégration par parties, calculer les intégrales suivantes :

$$I = \int_0^{\ln a} (1+e^x)\ln(x+e^x)\,\mathrm{d}\,x \;\; ; \;\; (a \in]1;+\infty[)$$
$$J = \int_{\ln\frac{\pi}{4}}^{\ln\frac{\pi}{2}} e^{2x}\sin(e^x)\,\mathrm{d}\,x$$
$$K = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\,\mathrm{d}\,x$$
$$L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.\ln(1+\cos x)\,\mathrm{d}\,x$$
$$M = \int_1^2 \frac{1}{x^3}e^{\frac{1}{x}}\,\mathrm{d}\,x$$
$$N = \int_0^{2\pi} \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{1+x}}\,\mathrm{d}\,x$$

3-4/ Exercice 1-4

- En utilisant la technique de changement de variable, calculer les intégrales suivantes :

$$I = \int_1^3 \frac{\sqrt{x}}{1+x}\,\mathrm{d}\,x \; ; \;\; \left(t = \sqrt{x}\right)$$
$$J = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos x}{1-\cos x}\,\mathrm{d}\,x \; ; \;\; \left(t = \tan\frac{x}{2}\right)$$
$$K = \int_0^1 \sqrt{1+x^2}\,\mathrm{d}\,x \; ; \;\; \left(x = \frac{e^t-e^{-t}}{2}\right)$$
$$L = \int_5^{10} \frac{1+\sqrt{x-1}}{x-2}\,\mathrm{d}\,x \; ; \;\; \left(t = \sqrt{x-1}\right)$$
$$M = \int_1^2 \sqrt{x^2-1}\,\mathrm{d}\,x \; ; \;\; \left(x = \frac{e^t+e^{-t}}{2}\right)$$
$$N = \int_0^{\frac{\pi^2}{9}} \frac{2x}{\cos^2(x^2)}\,\mathrm{d}\,x \; ; \;\; \left(x = t^2\right)$$
$$P = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} \; ; \;\; \left(x = \frac{t^2-1}{2t} \; et \; t > 0\right)$$
$$R = \int_4^9 \frac{dt}{\sqrt{t}\left(t-4\sqrt{t}+5\right)} \; ; \;\; \left(x = \sqrt{t}-2\right)$$