

I- Exercice 1 (7,5 pts)

Soit ABC un triangle et I un point tel que $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

1. Vérifier que $I = \text{bar} \{(C, 3); (A, 1)\}$.

Soit $G = \text{bar} \{(A, 1); (B, 1); (C, 3)\}$

2. Montrer que les points B , G et I sont alignés

Soit $J = \text{bar} \{(C, 3); (B, 1)\}$.

3. Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AJ}$

4. En déduire l'ensemble des points M du plan tels que

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = 2.$$

II- Exercice 2 (12,5 pts)

Soient $A(-2; 1)$, $B(0; -2)$ et $C(1; 3)$ des points dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé direct.

1. Calculer $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

2. Déduire la nature du triangle ABC .

3. Calculer $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$, puis en déduire $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

4. Déterminer l'équation de la droite (AB) et en déduire $d(C, (AB))$.

5. Déterminer l'équation cartésienne du cercle (C) de diamètre $[AB]$.

On considère le cercle $(\mathcal{C})$ d'équation $(\mathcal{C}) : x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$.

6. Montrer que $\Omega(1; 2)$ est le centre du cercle $(\mathcal{C})$, et de rayon $R = 2\sqrt{2}$.

7. Déterminer une représentation paramétrique du cercle $(\mathcal{C})$.

8. Vérifier que le point $A(-1; 0)$ appartient au cercle $(\mathcal{C})$.