

I- Exercice 1 (7,5 pts)

Soit ABC un triangle et I un point tel que $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

1. Vérifier que $I = \text{bar} \{(C, 3); (A, 1)\}$.

Soit $G = \text{bar} \{(A, 1); (B, 1); (C, 3)\}$

2. Montrer que les points B, G et I sont alignés

Soit $J = \text{bar} \{(C, 3); (B, 1)\}$.

3. Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AJ}$

4. En déduire l'ensemble des points M du plan tels que

$$||\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|| = 2.$$

II- Exercice 2 (12,5 pts)

Soient $A(-2; 1)$, $B(0; -2)$ et $C(1; 3)$ des points dans le plan $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$

orthonormé direct.

1. Calculer \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\det \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right)$.

2. Déduire la nature du triangle ABC .

3. Calculer $\cos \left(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \right)$ et $\sin \left(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \right)$, puis en déduire $\left(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \right)$.

4. Déterminer l'équation de la droite (AB) et en déduire $d(C, (AB))$.

5. Déterminer l'équation cartésienne du cercle (C) de diamètre $[AB]$.

On considère le cercle (\mathcal{C}) d'équation $(\mathcal{C}) : x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$.

6. Montrer que $\Omega(1; 2)$ est le centre du cercle (\mathcal{C}) , et de rayon $R = 2\sqrt{2}$.

7. Déterminer une représentation paramétrique du cercle (\mathcal{C}) .

8. Vérifier que le point $A(-1; 0)$ appartient au cercle (\mathcal{C}) .