

Sommaire**III- Fonction logarithme de base a****3-1/ Définition et propriétés****3-2/ Courbe de la fonction \log_a** **3-3/ Logarithme décimal****III- Fonction logarithme de base a****3-1/ Définition et propriétés****Définition 3**

Soit a un réel strictement positif et différent de 1.

La fonction logarithme de base a est la fonction numérique, notée par \log_a , définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$\log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}$$

Remarques

1- La fonction logarithme de base e est la fonction logarithme népérien car pour tout réel x strictement positif :

$$\log_e(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(e)} = \ln(x)$$

2- On a : $\log_a(a) = 1$ et $\log_a(1) = 0$ et $\log_a(a^r) = r$ pour $r \in \mathbb{Q}$.3- Pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$: $\log'_a(x) = \frac{1}{x \ln(a)}$

- Si $a > 1$, alors la fonction \log_a est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.
- Si $0 < a < 1$, alors la fonction \log_a est strictement décroissante $]0; +\infty[$.

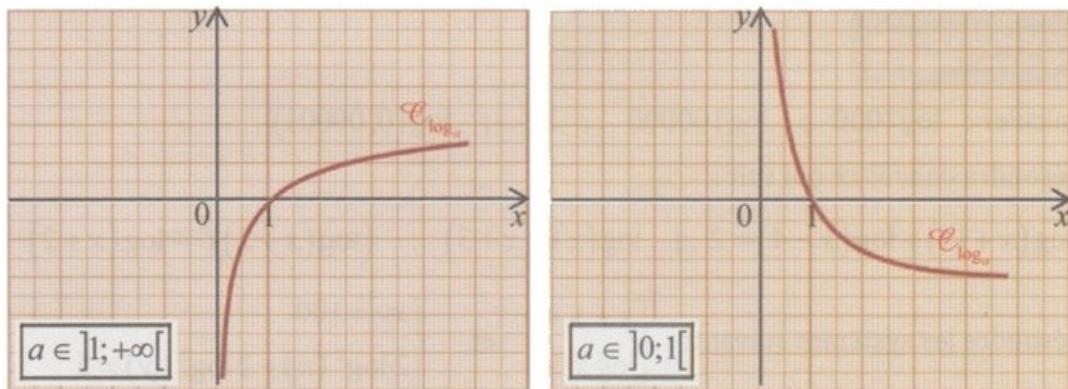
Proposition 10Pour tous réels strictement positifs x et y, et pour tout $r \in \mathbb{Q}$ on a :

$$\begin{aligned}\log_a(xy) &= \log_a(x) + \log_a(y) \\ \log_a(x^r) &= r \cdot \log_a(x) \\ \log_a\left(\frac{1}{x}\right) &= -\log_a(x) \\ \log_a\left(\frac{x}{y}\right) &= \log_a(x) - \log_a(y)\end{aligned}$$

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ et pour tous réels strictement positifs x_1, x_2, \dots, x_n , on a :

$$\log_a (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n) = \log_a (x_1) + \log_a (x_2) + \dots + \log_a (x_n)$$

3-2/ Courbe de la fonction \log_a



3-3/ Logarithme décimal

Définition 4

La fonction logarithme de base 10 est appelée la fonction logarithme décimal.

On la note \log .

On a alors pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$:

$$\log(x) = \log_{10}(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$$