AlloSchool

Mathématiques : 2Bac SMA-SMB

Séance 4-2-1 : Fonctions logarithmiques - Partie 2 (Cours)

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

Sommaire

III- Fonction logarithme de base a

3-1/ Définition et propriétés

3-2/ Courbe de la fonction $\log_a$

3-3/ Logarithme décimal

III- Fonction logarithme de base a

3-1/ Définition et propriétés

Définition 3

Soit a un réel strictement positif et différent de 1.

La fonction logarithme de base a est la fonction numérique, notée par $\log_a$, définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$\log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}$$

Remarques

1- La fonction logarithme de base e est la fonction logarithme népérien car pour tout réel x strictement positif :

$$\log_e(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(e)} = \ln(x)$$

2- On a : $\log_a(a) = 1$ et $\log_a(1) = 0$ et $\log_a(a^r) = r$ pour $r \in \mathbb{Q}$.

3- Pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$: $\log'_a(x) = \frac{1}{x.\ln(a)}$

- Si $a > 1$, alors la fonction $\log_a$ est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.
- Si $0 < a < 1$, alors la fonction $\log_a$ est strictement décroissante $]0;+\infty[$.

Proposition 10

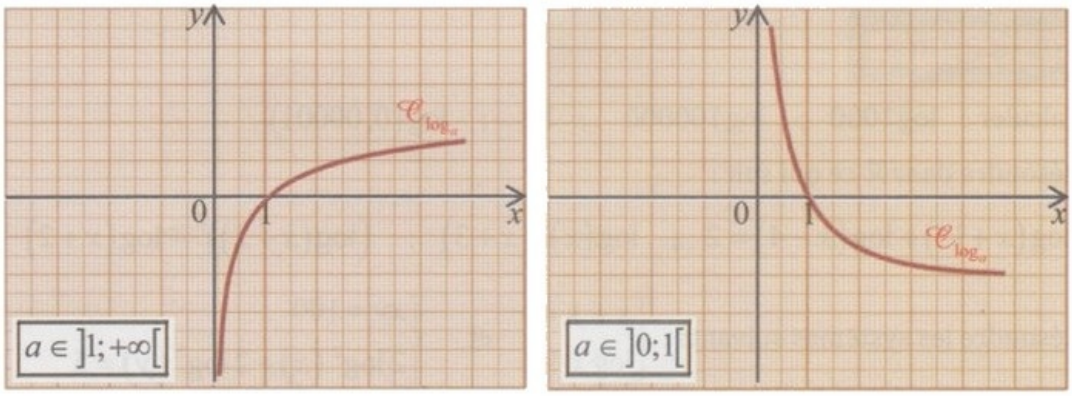
Pour tous réels strictement positifs x et y, et pour tout $r \in \mathbb{Q}$ on a :

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$$
$$\log_a(x^r) = r.\log_a(x)$$
$$\log_a\left(\frac{1}{x}\right) = -\log_a(x)$$
$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$$

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ et pour tous réels strictement positifs $x_1, x_2, \ldots, x_n$, on a :

$$\log_a(x_1.x_2.\ldots.x_n) = \log_a(x_1) + \log_a(x_2) + \ldots. + \log_a(x_n)$$

3-2/ Courbe de la fonction $\log_a$



3-3/ Logarithme décimal

Définition 4

La fonction logarithme de base 10 est appelée la fonction logarithme décimal. On la note log.

On a alors pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$:

$$\log(x) = \log_{10}(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$$