Mathématiques : 1ère Année Collège

Séance 17 (Quadrilatères particuliers)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Le rectangle

1-1/ Définition

1-2/ Propriétés des diagonales

1-3/ Axes et centre de symétrie

II- Le losange

2-1/ Définition

2-2/ Propriétés des diagonales

2-3/ Axes et centre de symétrie

III- Le carré

3-1/ Définition

3-2/ Propriétés des diagonales

3-3/ Axes et centre de symétrie

IV- Synthèse

V- Exercices

5-1/ Exercice 1

5-2/ Exercice 2

5-3/ Exercice 3

5-4/ Exercice 4

5-5/ Exercice 5

5-6/ Exercice 6

5-7/ Exercice 7

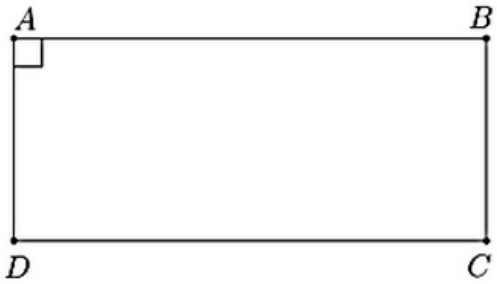
I- Le rectangle

1-1/ Définition

Le rectangle est un parallélogramme qui a un angle droit.

Exemple

Soit $ABCD$ un rectangle.



Remarque importante

Toutes les propriétés du parallélogramme s'appliquent au rectangle.

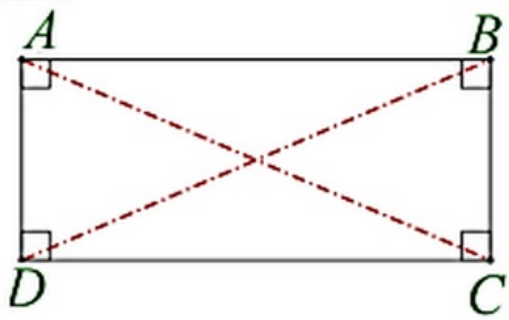
1-2/ Propriétés des diagonales

Propriété directe

Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales ont même longueur.

<u>Autrement dit :</u>

Si $ABCD$ est un rectangle, alors : $AC = BD$.

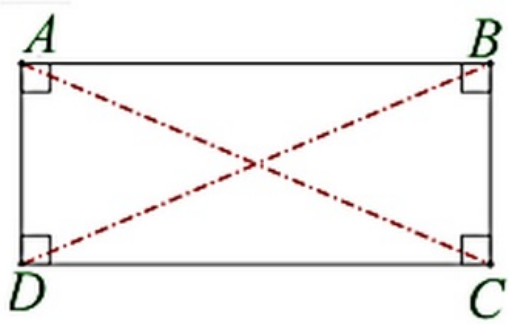


Propriété réciproque

Si les diagonales d'un parallélogramme ont même longueur, alors c'est un rectangle.

<u>Autrement dit :</u>

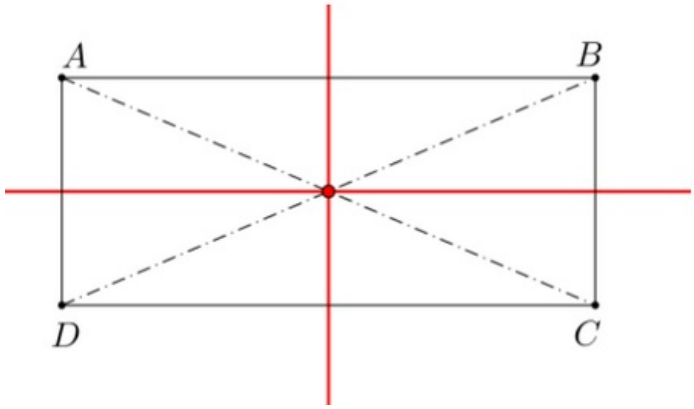
Si $ABCD$ est un parallélogramme tel que $AC = BD$, alors c'est un rectangle.



1-3/ Axes et centre de symétrie

Les axes de symétrie d'un rectangle sont les médiatrices de ses côtés.

Le centre de symétrie d'un rectangle est son centre.



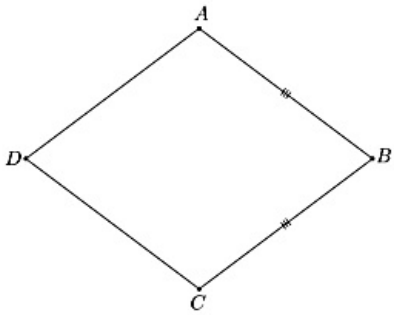
II- Le losange

2-1/ Définition

Le losange est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur.

Exemple

Soit $ABCD$ un losange.



On a : $AB = BC$; $BC = CD$; $CD = DA$; $DA = AB$

Remarque importante

Toutes les propriétés du parallélogramme s'appliquent au losange.

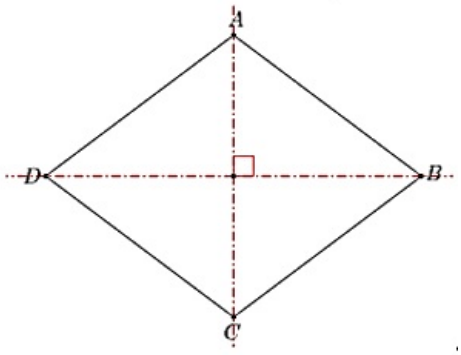
2-2/ Propriétés des diagonales

Propriété directe

Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.

<u>Autrement dit :</u>

Si $ABCD$ est un losange, alors : $(AC) \perp (BD)$.

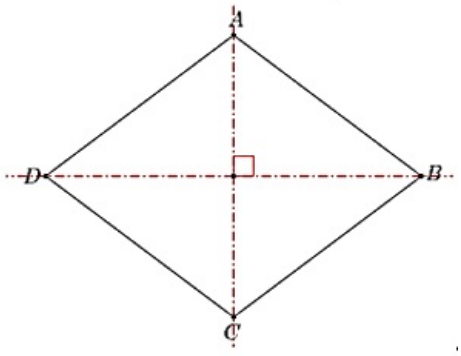


Propriété réciproque

Si les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires, alors c'est un losange.

Autrement dit :

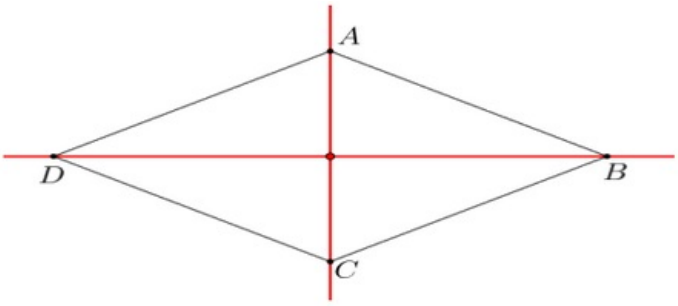
Si $ABCD$ est un parallélogramme tel que $(AC) \perp (BD)$, alors c'est un losange.



2-3/ Axes et centre de symétrie

Les axes de symétrie d'un losange sont ses diagonales.

Le centre de symétrie d'un losange est son centre.



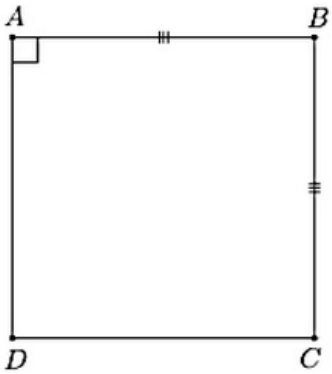
III- Le carré

3-1/ Définition

Le carré est un parallélogramme qui a un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur.

Exemple

Soit $ABCD$ un carré.



Remarques importantes

Toutes les propriétés du parallélogramme s'appliquent au carré.

Le carré est à la fois un rectangle et un losange.

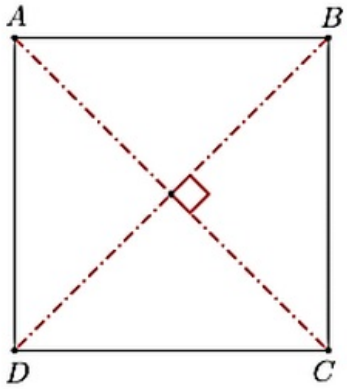
3-2/ Propriétés des diagonales

Propriété directe

Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales sont perpendiculaires et ont la même longueur.

<u>Autrement dit :</u>

Si $ABCD$ est un carré , alors : $AC = BD$ et $(AC) \perp (BD)$.

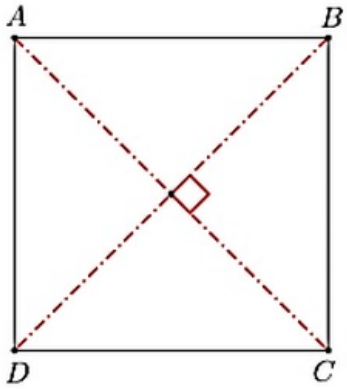


Propriété réciproque

Si les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires et ont même longueur, alors c'est un carré.

<u>Autrement dit :</u>

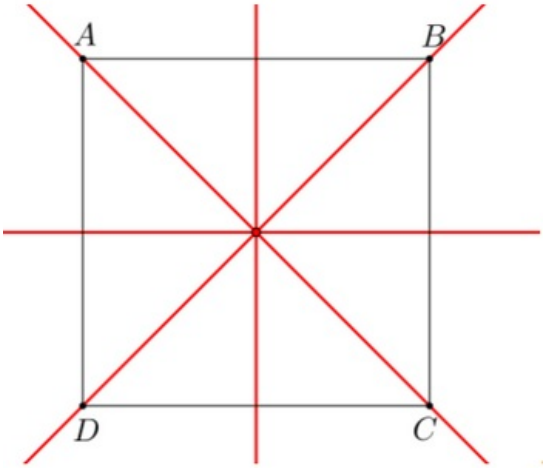
Si $ABCD$ est un parallélogramme tel que $AC = BD$ et $(AC) \perp (BD)$, alors c'est un carré.



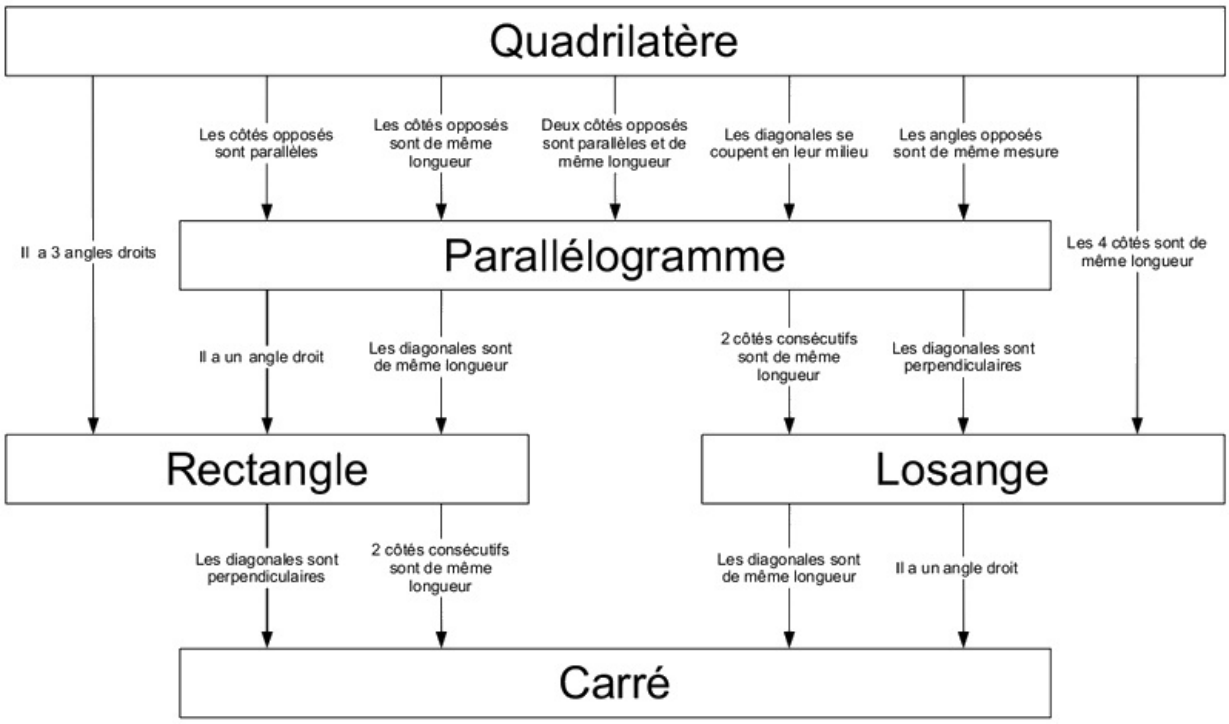
3-3/ Axes et centre de symétrie

Les axes de symétrie d'une carré sont ses diagonales et les médiatrices de ses cotés.

Le centre de symétrie d'un carré est son centre.



IV- Synthèse



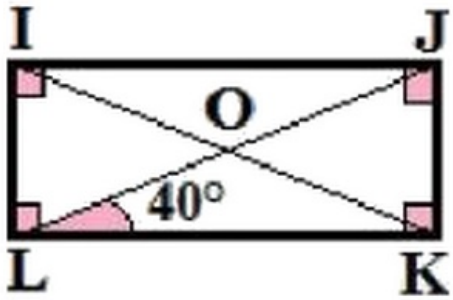
V- Exercices

5-1/ Exercice 1

$IJKL$ est un rectangle de centre O tel que $\widehat{JLK} = 40^\circ$ et $OJ = 2,2cm$.

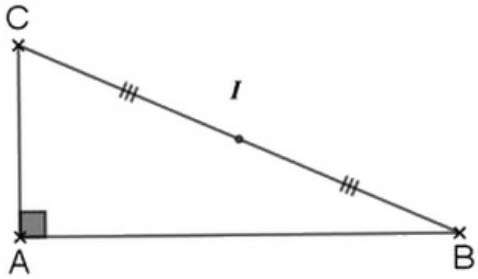
1. Citer tous les triangles isocèles de la figure.
2. Citer tous les triangles rectangles de la figure.
3. Calculer les mesures suivantes :

$$OL\ ;\ IK\ ;\ \widehat{OKL}\ ;\ \widehat{OLI}\ ;\ \widehat{LIO}\ ;\ \widehat{IJL}$$



5-2/ Exercice 2

1. Construire le point D le symétrique de A par rapport à I sur la figure.
2. Prouver que $ABDC$ est un parallélogramme, puis déduire sa nature
3. Construire les points F et G les symétriques respectifs de B et C par rapport à A.
4. Prouver que le quadrilatère $FCBG$ est un losange.



5-3/ Exercice 3

ABC est un triangle isocèle en A.

M est le milieu de $[BC]$.

Le point D est le symétrique du point A par rapport au point M.

1. Construire la figure.
2. Montrer que $ABDC$ est un losange.

5-4/ Exercice 4

$ABCD$ est un carré de centre O.

1. Construire la figure.
2. Montrer que le triangle AOB est un triangle rectangle.
3. Montrer que $AC = BD$.

5-5/ Exercice 5

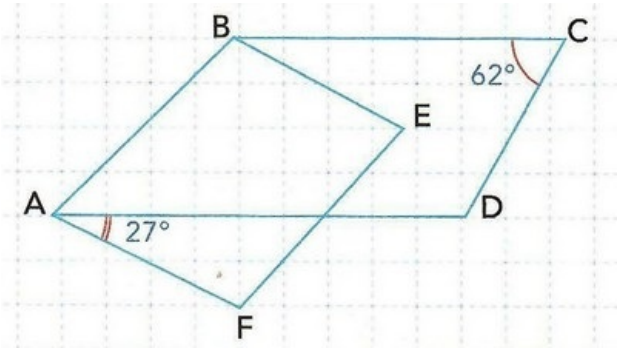
$ABCD$ est un carré de centre O.

Soient M et N les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[BC]$.

1. Construire E le symétrique de O par rapport à M.
2. Construire F le symétrique de O par rapport â N.
3. Montrer que $AEBO$ est un carré.
4. Démontrer que OEF est un triangle isocèle.

5-6/ Exercice 6

$ABCD$ et $ABEF$ sont deux parallélogrammes :

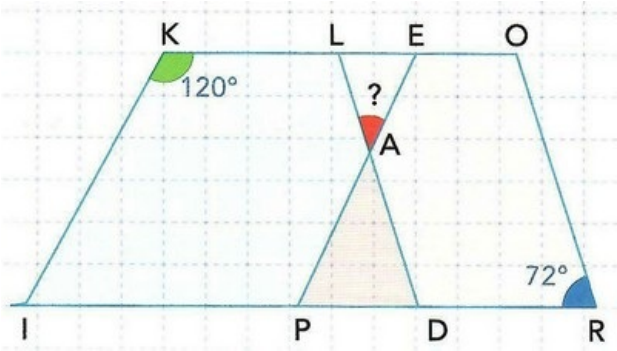


En utilisant les données de la figure, Hicham prétend que « $ABEF$ est rectangle ».

1. Qu'en pensez-vous ? Justifier.

5-7/ Exercice 7

Dans la figure ci-dessous, $KEPI$ et $LORD$ sont deux parallélogrammes :



Les côtés $[LD]$ et $[EP]$ se coupent en A.

1. En utilisant les données de la figure, déterminer la mesure de $\widehat{LAE}$ (justifier).