Mathématiques : 2Bac SMA-SMB

Séance 3-2-1 : Dérivation et étude des fonctions - Partie 2 (Cours)

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

Sommaire

IV- Théorèmes de Rolle et des accroissements finis

4-1/ Théorèmes de Rolle

Théorème 1

Soit a et b deux réels, avec $a < b$, et $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$, telle que $f(a) = f(b)$.

Alors il existe au moins un réel $c \in]a, b[$ tel que $f'(c) = 0$.

4-2/ Théorèmes des accroissements finis

Théorème 2

Soit a et b deux réels, avec $a < b$, et $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$.

Il existe alors au moins un réel $c \in]a, b[$ tel que $f(b) - f(a) = (b - a) f'(c)$

4-3/ Inégalité des accroissements finis

Théorème 3

Soit a et b deux réels, avec $a < b$, et $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$.

On suppose qu'il existe deux réels m et M tels que pour tout $x \in]a, b[$:
$m \leq f'(x) \leq M$

Alors : $m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$

Corollaire

Soit a et b deux réels, avec $a < b$, et $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$.

On suppose qu'il existe $k \in \mathbb{R}^*$ tel que pour tout $x \in]a,b[$: $|f'(x)| \leq k$

Alors pour tout $(x,y) \in [a,b]^2$, on a : $|f(x) - f(y)| \leq k\,|x-y|$