AlloSchool

# Physique et Chimie : 1ère Année Bac

## Séance 6 (Travail et énergie cinétique)

**Professeur : Mr EL GOUFIFA Jihad**

Sommaire

I- Définition

II- Énergie cinétique d'un corps solide

2-1/ Énergie cinétique d'un solide en translation

2-2/ Énergie cinétique d'un solide en rotation

2-3/ Moments d'inertie de quelques solides usuels

III- Théorème de l'énergie cinétique

3-1/ Activité expérimentale

3-2/ Énonce du théorème de l'énergie cinétique

3-3/ Interprétation énergétique

3-4/ Procédure d'application

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

4-2/ Exercice 2

4-3/ Exercice 3

4-4/ Exercice 4

---

## I- Définition

L'énergie cinétique d'un solide est l'énergie qu'il possède du fait de son mouvement.

L'énergie cinétique se note $E_c$, c'est un nombre toujours positif qui s'exprime en Joule (J) dans le S.I.

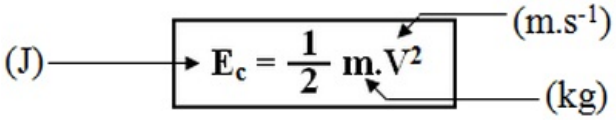
Comme la valeur de la vitesse, l'énergie cinétique dépend du référentiel choisi.

## II- Énergie cinétique d'un corps solide

### 2-1/ Énergie cinétique d'un solide en translation

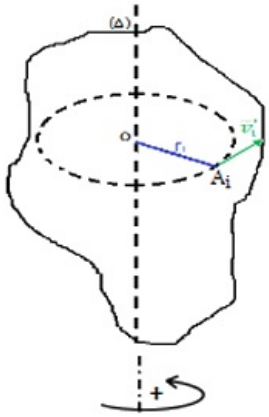
Pour un solide animé d'un mouvement de translation, tous les points du solide ont à chaque instant la même vitesse que le centre d'inertie G.

L'énergie cinétique $E_c$ d'un solide en mouvement de translation est donnée par la relation :




## 2-2/ Énergie cinétique d'un solide en rotation

Soit un solide indéformable de masse M en mouvement de rotation autour d'un axe fixe $(\Delta)$ de vitesse angulaire $\omega$ :




Chaque point de solide $A_i$ a une masse $m_i$ est une vitesse linéaire $v_i$, donc il possède une énergie cinétique : $E_{c_i} = \frac{1}{2} m_i {v_i}^2$

On sait que $v_i = r_i . \omega$ avec $r_i$ est le rayon de la trajectoire circulaire du point $A_i$.

Donc : $E_{c_i} = \frac{1}{2} m_i {r_i}^2 \omega^2$

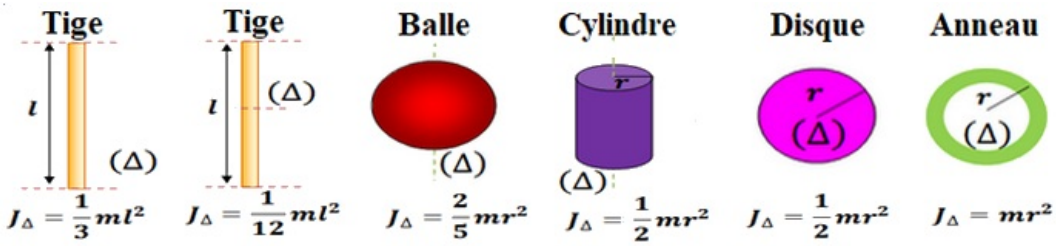
L'énergie cinétique totale du solide est : $E_c = \sum_{i=1}^{n} E_{c_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i {r_i}^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{i=1}^{n} m_i {r_i}^2$

On pose $J_\Delta = \sum_{i=1}^{n} m_i {r_i}^2$, d'où :

$$E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$$

$J_\Delta$ s'appelle le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation $(\Delta)$, il dépend de la répartition de la masse autour de l'axe de rotation, sont unité est : $kg.m^2$.

## 2-3/ Moments d'inertie de quelques solides usuels

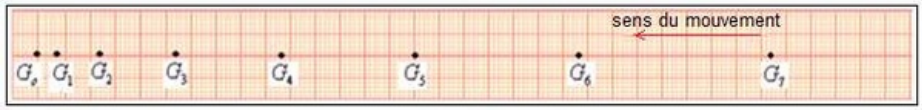



# III- Théorème de l'énergie cinétique

## 3-1/ Activité expérimentale

On abandonne, sans vitesse initiale, un autoporteur de masse $m = 700g$ sur une table à coussin d'air inclinée d'un angle $\alpha = 10^\circ$ par rapport à l'horizontale.

On enregistre les positions du centre d'inertie toutes les $60ms$, on obtient l'enregistrement :




$$G_0G_1 = 3mm \ ; \ G_1G_2 = 9mm \ ; \ G_2G_3 = 15mm \ ; \ G_3G_4 = 21mm$$

$$G_4G_5 = 27mm \ ; \ G_5G_6 = 33mm \ ; \ G_6G_7 = 39mm$$

On prend : $g = 9,8N.Kg^{-1}$

1. Faire le bilan des forces extérieures agissant sur le mobile.
2. Déterminer l'expression de travail de chaque force, quand le centre d'inertie de l'autoporteur se déplace de la position $G_3$ à la position $G_5$, et déduire la somme des travaux des forces appliquées sur l'autoporteur entre ces deux positions $\sum W_{G_3 \to G_5}\left(\overrightarrow{F}\right)$ .
3. Calculer l'énergie cinétique de l'autoporteur dans chaque positions $G_3$ et $G_5$, et déduire $\Delta E_C = E_{C_5} - E_{C_3}$ la variation de l'énergie cinétique de l'autoporteur.
4. Déduire la relation entre $\Delta E_C = E_{C_5} - E_{C_3}$ de l'autoporteur et $\sum W_{G_3 \to G_5}\left(\overrightarrow{F}\right)$.

## 3-2/ Énonce du théorème de l'énergie cinétique

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique $\Delta E_C$ d'un solide en translation ou en rotation autour d'un axe fixe, entre deux instants $t_1$ et $t_2$ est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures appliquées au solide entre ces deux instants $t_1$ et $t_2$ :

$$\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = \sum W_{A \to B}\left(\overrightarrow{F}\right)$$

- Cas de mouvement de translation : $\Delta E_C = \frac{1}{2}m\left({v_B}^2 - {v_A}^2\right)$
- Cas de mouvement de rotation : $\Delta E_C = \frac{1}{2}J_\Delta\left({\omega_B}^2 - {\omega_A}^2\right)$

## 3-3/ Interprétation énergétique

C'est le travail des forces extérieures appliquées qui fait varier l'énergie cinétique du solide, on dit que le travail mécanique est un mode de transfert de l'énergie.

Si le travail des forces appliquées est moteur $\left(\sum W_{A \to B}\left(\overrightarrow{F}\right) > 0\right)$, l'énergie cinétique du solide augmente, donc sa vitesse augmente.

Si le travail des forces appliquées est résistant $\left(\sum W_{A \to B}\left(\overrightarrow{F}\right) < 0\right)$, l'énergie cinétique du solide diminue, donc sa vitesse diminue.

## 3-4/ Procédure d'application

Lors de l'application du théorème de l'énergie cinétique, il faut suivre les étapes suivantes :

1. Déterminer le système étudié.
2. Déterminer le référentiel (repère galiléen).
3. Déterminer l'état initial et l'état final de déplacement.

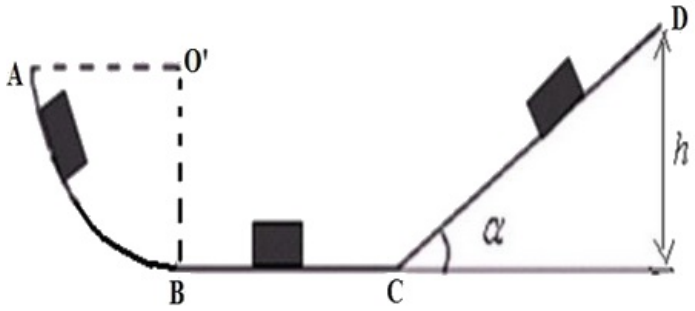
4. Faire le bilan des forces appliquées au système étudié lors de déplacement.
5. Calculer le travail de chaque force lors de déplacement.
6. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique considérant le cas du mouvement de système étudié (translation ou rotation).

# IV- Exercices

## 4-1/ Exercice 1

On considère un corps solide $(S)$ de masse $m = 50Kg$ peut se déplacer sur un rail $ABCD$, formé d'une partie $AB$ de forme circulaire de rayon $R$, d'une partie rectiligne $BC$ rectiligne horizontale et d'une partie $CD$ inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au plan horizontal.

Le solide $(S)$ part du point A sans vitesse initiale $(V_A = 0)$ et il passe par le point $B$ avec une vitesse $V_B = 10\ m/s$ :




On prend : $g = 10\ N/Kg$.

### Le mouvement de $(S)$ sur la partie $AB$ : les frottements sont négligeables.

1. Énoncer le théorème d'énergie cinétique.
2. En appliquant ce théorème, montré que l'expression de $R$ le rayon de la partie $AB$ est $R = \frac{V_B^2}{2.g}$. Calculer sa valeur $R$.

### Le mouvement de $(S)$ sur la partie $BC$ : les frottements ne sont pas négligeables

Le solide $(S)$ aborde la piste $BC$ et arrive au point $C$ avec une vitesse $V_C = 6m/s$.

3. En appliquant le théorème d'énergie cinétique, Trouver la valeur de $W_{B\to C}\left(\overrightarrow{R}\right)$.
4. En déduire la valeur de $f$ l'intensité de la force de frottement. On donne $BC = 80m$.

### Le mouvement de $(S)$ sur la partie $CD$ : les frottements sont négligeables

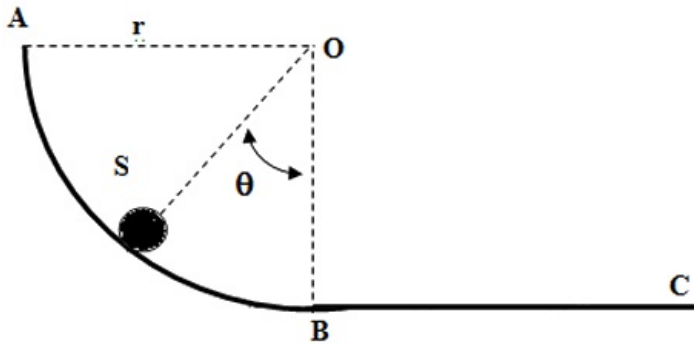
Le solide $(S)$ aborde la piste $CD$ et s'arrête au point $D$.

5. Exprimer le travail du poids en fonction de $m$, $g$ et $h$.
6. En appliquant le théorème d'énergie cinétique entre $C$ et $D$, montrer que l'expression de l'altitude $h$ du point $C$ par rapport au plan horizontal est $h = \frac{V_C^2}{2.g}$. Calculer sa valeur.
7. Exprimer $h$ en fonction de $CD$ et $\sin\alpha$, en déduire la valeur de $CD$.

## 4-2/ Exercice 2

On considère un corps solide $(S)$ de masse $m = 0,1Kg$ peut se déplacer sur un rail $ABC$, formé d'une partie $AB$ de forme circulaire de rayon $r$, et d'une partie rectiligne $BC$ rectiligne horizontale.

Le mobile est lancé en $A$ avec une vitesse $V_A = 5m.s^{-1}$ verticale dirigée vers le bas et glisse sur la portion curviligne $AB$ sans frottement :




Données : $r = OA = OB = 1m$ ; $BC = L = 1,5m$ ; $g = 10\ m.s^{-2}$.

1. Faire un bilan des forces s'appliquant sur le mobile au point $M$.
2. Exprimer pour chacune des forces son travail au cours de déplacement de $A$ à $M$ en fonction de $m$, $g$, $r$ et $\theta$.
3. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique entre $A$ et $M$, et établir l'expression littérale de la vitesse $V_M$ du mobile en fonction de $V_A$, $g$, $r$ et $\theta$.
4. Calculer numériquement $V_M$ en $B$ (pour $\theta = 0$).

La portion $BC$ rectiligne et horizontale est rugueuse. Les frottements peuvent être assimilés à une force $\overrightarrow{f}$ unique, constante, opposée au mouvement, d'intensité $f$.

5. Sachant que le mobile arrive en $C$ avec la vitesse $V_C = 5\ m.s^{-1}$, déterminer littéralement puis numériquement $f$.

## 4-3/ Exercice 3

Une machine tournante a une fréquence de rotation égale à $200tr/min$.

Son moment d'inertie par rapport à son axe de rotation est égal à $50kg.m^2$. On prendra $g = 10N/kg$.

Pour l'arrêter on exerce une force tangentielle constante de $150N$.

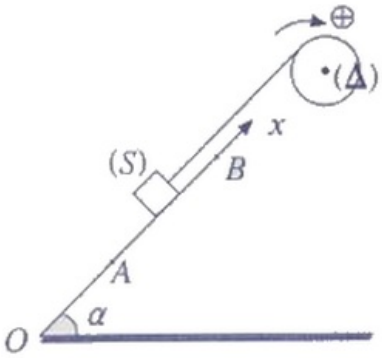
1. Calculer la variation d'énergie cinétique au cours du freinage.
2. Calculer le moment de la force de freinage sachant que la machine peut être assimilée à un disque de diamètre $80cm$.
3. Calculer le nombre de tours effectués par la machine avant l'arrêt.

## 4-4/ Exercice 4

Le système schématisé ci-dessus comprend :

- Un solide $(S)$ de masse $m = 32kg$ pouvant glisser sans frottement sur un plan incliné faisant avec l'horizontale un angle $\alpha = 30^\circ$.
- Une poulie homogène de rayon $r = 5cm$, pouvant tourner autour d'un axe fixe et horizontal $(\Delta)$ passant par son centre. Son moment d'inertie par rapport à cet axe est

$J_\Delta$.

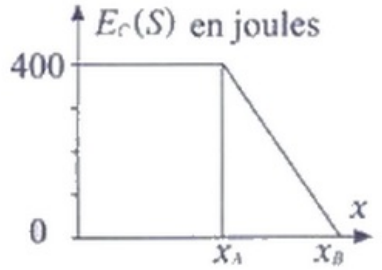



La poulie est actionnée par un moteur dont l'arbre est lié à l'axe $(\Delta)$, le moment du couple moteur est constant $\mathscr{M}_m = 10N.m$.

Les frottements dus à l'axe $(\Delta)$ sont équivalents à un couple de moment constant $\mathscr{M}_c$.

La poulie et le solide $(S)$ sont reliés par l'intermédiaire d'un fil inextensible et sans masse.

Sur la figure suivante, on représente l'évolution de l'énergie cinétique du corps $(S)$ en fonction de l'abscisse $x$ du centre d'inertie de $(S)$ sur l'axe $Ox$ :




A la date $t_A$ où $(S)$ arrive en $A$, l'effet du moteur est supprimé. On donne $g = 10N.kg^{-1}$.

1. Justifier que la vitesse de $(S)$ au point $A$ vaut $5m.s^{-1}$. En déduire $\omega_A$ la vitesse angulaire de la poulie à l'instant $t_A$.
2. Exprimer la tension $T$ du fil en fonction de $m$, $g$ et $\alpha$. Calculer $T$.
3. Exprimer le moment $\mathscr{M}_c$ en fonction de $T$, $r$ et $\mathscr{M}_m$. Calculer sa valeur.

A l'instant $t_A$, le moteur s'arrête et le fil n'est pas tendu, le corps $(S)$ continue à monter jusqu'au point $B$, où il s'arrête, la poulie continue à tourner avant de s'arrêter après avoir effectué $n$ tours sous l'effet du couple de frottement.

4. Déterminer la distance $AB$.
5. Déterminer le moment d'inertie $J_\Delta$ de la poulie.
6. Exprimer le nombre de tours $n$ effectués par la poulie dans cette étape en fonction de $\omega$, $J_\Delta$ et $\mathscr{M}_c$.