

Sommaire**I- Introduction****II- Travail d'une force constante en translation****2-1/ Force constante****2-2/ Travail d'une force constante en translation rectiligne****2-3/ Travail d'une force constante en translation curviligne****2-4/ La nature de travail****2-5/ Travail d'un ensemble de forces****III- Travail de poids d'un corps****IV- Travail d'une force de moment constante dans le cas d'une rotation****4-1/ Rappel****4-2/ Travail élémentaire****4-3/ Travail global****V- Puissance d'une force****5-1/ Puissance moyenne****5-2/ Puissance instantanée****VI- Exercices****6-1/ Exercice 1****6-2/ Exercice 2****6-3/ Exercice 3****6-4/ Exercice 4**

I- Introduction

Lorsque la force exercée sur un mobile a un effet sur la valeur de la vitesse du mobile, on dit qu'elle travaille.

Une force travaille, si son point d'application se déplace dans une direction qui n'est pas perpendiculaire à celle de la force.

Une force ne travaille pas si :

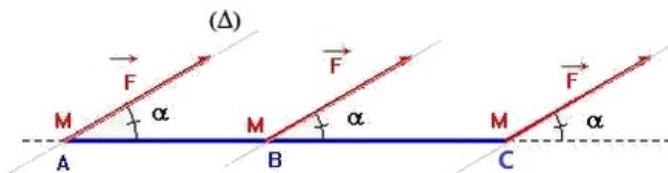
- Sa direction est perpendiculaire à la trajectoire de son point d'application.
- Son point d'application ne se déplace pas.

II- Travail d'une force constante en translation

2-1/ Force constante

Une force peut mettre en mouvement un corps, modifier son mouvement, le maintenir en équilibre ou le déformer.

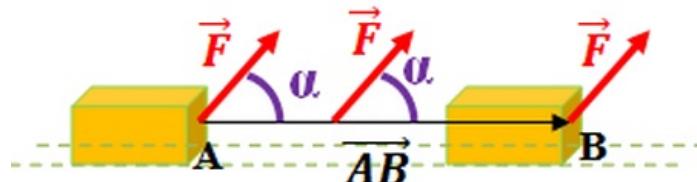
Une force est constante si sa valeur, sa direction et son sens ne varient pas au cours du temps.



2-2/ Travail d'une force constante en translation rectiligne

Le travail d'une force constante \vec{F} pour un déplacement rectiligne \vec{AB} de son point d'application est le produit scalaire du vecteur force \vec{F} et du vecteur déplacement \vec{AB} :

$$W_{A \rightarrow B} (\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos\alpha$$



L'unité du travail dans le S.I est le Joule (J) (1 Joule = 1 Newton * 1 mètre)

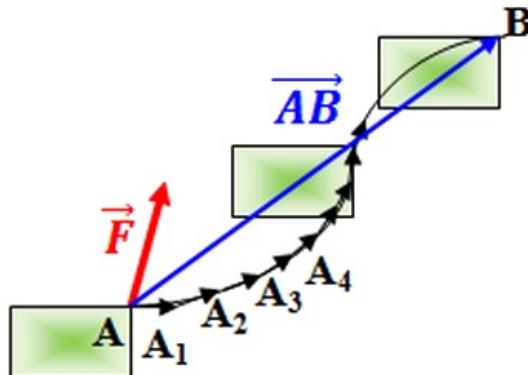
2-3/ Travail d'une force constante en translation curviligne

On divise la trajectoire en parties infinitésimales afin qu'elles puissent être considérées linéaires.

On exprime le travail partiel δW_i de la force \vec{F} pendant le déplacement partiel $\vec{\delta l}_i = \vec{A_i A_{i+1}}$ par la relation : $\delta W_i = \vec{F} \cdot \vec{\delta l}_i$

Le Travail totale de la force \vec{F} lorsque son point d'application se déplace d'un point A à un point B est la somme des travaux partuels :

$$W_{A \rightarrow B} \left(\vec{F} \right) = \sum \delta W_i = \sum \vec{F} \cdot \vec{\delta l}_i = \vec{F} \cdot \vec{AB}$$



Conclusion

le travail d'une force n'est pas lié à la trajectoire de son point d'application, mais seulement à sa position initiale et finale.

2-4/ La nature de travail

Le travail est une grandeur algébrique, son signe dépend de signe de $\cos \alpha$:

	$0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ $\Rightarrow \cos \alpha > 0$ $\Rightarrow W_{A \rightarrow B} \left(\vec{F} \right) > 0$	Travail moteur
	$\alpha = 90^\circ$ $\Rightarrow \cos \alpha = 0$ $\Rightarrow W_{A \rightarrow B} \left(\vec{F} \right) = 0$	Travail nul
	$90^\circ \leq \alpha < 180^\circ$ $\Rightarrow \cos \alpha < 0$ $\Rightarrow W_{A \rightarrow B} \left(\vec{F} \right) < 0$	Travail résistant

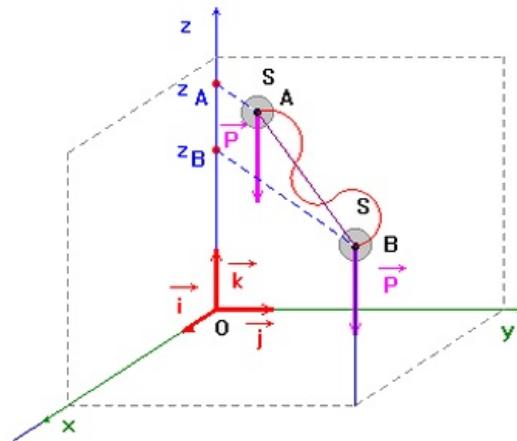
2-5/ Travail d'un ensemble de forces

Le travail d'un ensemble de forces constantes $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n \right)$ appliquées à un solide en translation est égal au produit scalaire de la somme des vecteurs des forces $\sum \vec{F}_i$ et du vecteur déplacement \vec{AB} :

$$W_{A \rightarrow B} \left(\vec{F} \right) = \sum \vec{F}_i \cdot \vec{AB}$$

III- Travail de poids d'un corps

Soit d'un corps de masse m , son centre d'inertie G se déplace d'un point A d'altitude z_A à un point B d'altitude z_B :



Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les coordonnées du poids \vec{P} et du vecteur déplacement sont \overrightarrow{AB} :

- $\vec{P} = -mg \vec{k}$
- $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j} + (z_B - z_A) \vec{k}$

Donc :

$$W_{A \rightarrow B} (\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = m \cdot g (z_A - z_B)$$

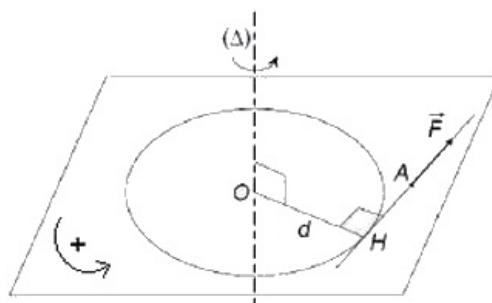
Le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi mais uniquement de l'altitude initiale et de l'altitude finale, on dit que le poids est une force conservatrice.

IV- Travail d'une force de moment constante dans le cas d'une rotation

4-1/ Rappel

Le moment \mathcal{M}_Δ d'une force \vec{F} par rapport à l'axe de rotation (Δ) orthogonal à sa droite d'action est :

$$\mathcal{M}_\Delta (\vec{F}) = \pm F \cdot d$$



4-2/ Travail élémentaire

Lors de la rotation d'un corps solide d'un petit angle $\delta\theta$, le point d'application de la force \vec{F} parcourt un arc δl qu'on peut considérer une droite.

La force \vec{F} effectue un travail élémentaire exprimé comme suit :

$$\delta W \left(\vec{F} \right) = \vec{F} \cdot \vec{\delta l} = F \cdot \delta l \cdot \cos \alpha$$

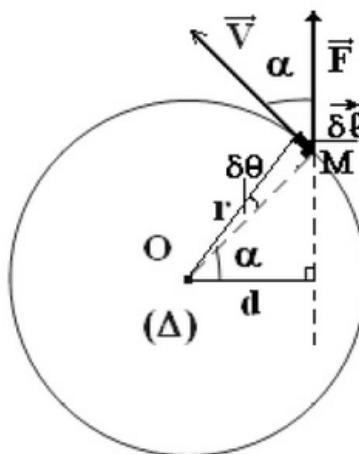
Le mouvement du point M est circulaire, on a $\delta l = r \cdot \delta\theta$, donc :

$$\delta W \left(\vec{F} \right) = \vec{F} \cdot \vec{\delta l} = F \cdot r \cdot \delta\theta \cdot \cos \alpha$$

D'après la figure, on a $d = r \cdot \cos \alpha$ et $\mathcal{M}_\Delta \left(\vec{F} \right) = F \cdot d$

Donc :

$$\delta W \left(\vec{F} \right) = \mathcal{M}_\Delta \left(\vec{F} \right) \cdot \delta\theta$$



4-3/ Travail global

Lors de la rotation d'un solide par un angle $\Delta\theta$, le travail effectué par la force \vec{F} , ayant un moment constant par rapport à l'axe (Δ) est égale la somme des travaux élémentaires.

Donc :

$$W \left(\vec{F} \right) = \sum \delta W \left(\vec{F} \right)$$

$$W \left(\vec{F} \right) = \sum \mathcal{M}_\Delta \left(\vec{F} \right) \cdot \delta\theta$$

$$W \left(\vec{F} \right) = \mathcal{M}_\Delta \left(\vec{F} \right) \cdot \sum \delta\theta$$

$$W \left(\vec{F} \right) = \mathcal{M}_\Delta \left(\vec{F} \right) \cdot \Delta\theta$$

V- Puissance d'une force

5-1/ Puissance moyenne

La puissance est une grandeur physique dépend du travail et de la durée de sa réalisation.

Par définition : la puissance moyenne d'une force sur le trajet AB est égale au quotient du travail $W_{A \rightarrow B} (\vec{F})$ par la durée t du déplacement Δt :

$$P_m = \frac{W_{A \rightarrow B} (\vec{F})}{\Delta t}$$

5-2/ Puissance instantanée

Puissance instantanée d'une force constante

Si la force réalise un travail δW pendant une durée très petite δt , donc la puissance instantanée de cette force est : $P = \frac{\delta W}{\delta t}$

Puisque $\delta W (\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{\delta l}$, donc :

$$P = \frac{\vec{F} \cdot \vec{\delta l}}{\delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F \cdot v \cdot \cos \alpha$$

avec $\alpha = \widehat{(\vec{F}, \vec{v})}$

\vec{v} est le vecteur vitesse instantanée du point d'application de la force \vec{F} .

Puissance instantanée d'une force de moment constante appliquée à un solide en rotation autour d'un axe fixe

La puissance instantanée P d'une force de moment constant appliquée à un solide en rotation autour d'un axe fixe est le produit du moment de cette force par rapport à l'axe et la vitesse angulaire du corps :

$$P = \mathcal{M}_\Delta (\vec{F}) \cdot \omega$$

$$P [W] ; \mathcal{M}_\Delta (\vec{F}) [N \cdot m] ; \omega [rad^{-1}]$$

VI- Exercices

6-1/ Exercice 1

Répondre par vrai ou faux

1. Le travail d'une force est une grandeur vectorielle : _____
2. Le travail d'une force constante est nul si et seulement si son point d'application est mobile : _____

3. Le travail d'une force constante dont le point d'application se déplace et revient à sa position initiale est nul : _____
4. Pour un solide en translation rectiligne et uniforme, la somme des travaux des forces appliquées au solide est toujours nulle : _____
5. La puissance d'une force constante diminue quand la vitesse de son point d'application augmente : _____

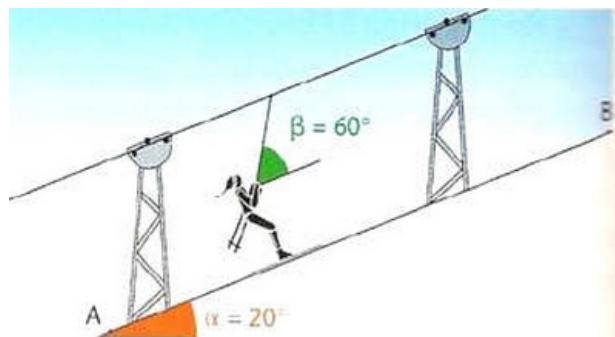
6-2/ Exercice 2

Un skieur et son équipement, de masse $m = 80\text{kg}$, remonte une pente rectiligne, inclinée d'un angle $\alpha = 20^\circ$, grâce à un téléski.

La force de frottement exercée par la neige sur les skis a la même direction que la vitesse et son sens est opposé au mouvement. Sa valeur est $f = 30\text{N}$.

Le téléski tire le skieur et son équipement à vitesse constante sur une distance $AB = L = 1500\text{m}$.

On donne : $g = 10\text{N} \cdot \text{Kg}^{-1}$



1. Faire l'inventaire des forces qui s'appliquent au système {skieur et équipement} et les représenter sur le schéma.
2. Déterminer le travail du poids du système lors de ce déplacement.
3. Déterminer le travail de la force de frottement lors de ce déplacement.

La tension du câble qui tire le système fait un angle $\beta = 60^\circ$ avec la ligne de plus grande pente.

On donne la tension du câble : $T = 606,6\text{N}$

4. Déterminer le travail de la tension du câble lors de ce déplacement.

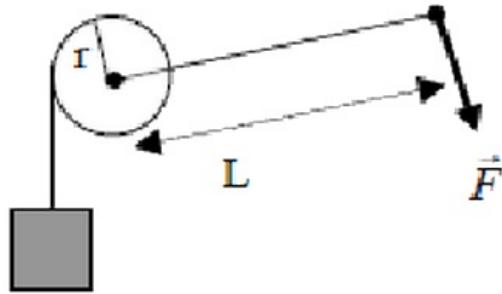
6-3/ Exercice 3

Un treuil de rayon $r = 10\text{cm}$ est actionné à l'aide d'une manivelle de longueur $L = 50\text{cm}$.

On exerce une force \vec{F} perpendiculaire à la manivelle afin de faire monter une charge de masse $m = 50\text{kg}$.

Le poids du treuil, de la manivelle et de la corde sont négligeables devant les autres forces qui leur sont appliquées.

Les frottements au niveau de la corde sont négligés.



1. Calculer la valeur de la force \vec{F} pour qu'au cours de la montée, le centre de masse de la charge soit en mouvement rectiligne uniforme.
2. Quel est le travail effectué par la force \vec{F} quand la manivelle effectue $N = 10\text{tours}$?
3. De quelle hauteur h la charge est-elle alors montée ?

La manivelle est remplacée par un moteur qui exerce sur le treuil un couple de moment constant \mathcal{M} .

Le treuil tourne de $N = 10\text{tours}$.

Le couple moteur fournit un travail égal à celui effectué par la force lors de la rotation précédente.

La vitesse angulaire du treuil est constante et égale à $\omega = 1\text{tr. s}^{-1}$.

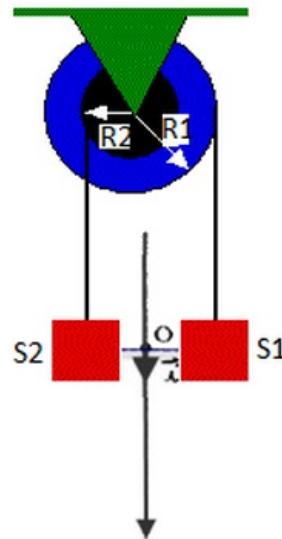
4. Quelle est la puissance du couple moteur ?

6-4/ Exercice 4

On considère une poulie à double gorge de rayons R_1 et R_2 tels que $R_1 = 2R_2 = 10\text{cm}$.

On enroule sur chaque gorge un fil inextensible de masse négligeable, et on suspend à chaque extrémité de chacun des fils un corps.

Les deux corps S_1 et S_2 ont même masse $m = 200\text{g}$.



1. On garde le système en équilibre, donner l'expression du moment de la tension exercée par chaque fil sur la poulie en fonction de m , g et R_1 puis

calculer sa valeur.

2. Calculer $\sum \mathcal{M}_{(\Delta)} \left(\vec{F} \right)$ la somme des moments de toutes les forces exercées sur la poulie.
3. En déduire le sens de rotation lorsque on libère le système sans vitesse initiale on néglige les frottements.
4. Est-ce que la rotation de la poulie peut être considérée uniforme. Justifier ?

L'expérience montre après libération du système que la rotation de la poulie est uniforme avec une vitesse angulaire $\omega = 38,20 \text{ trs. } \text{min}^{-1}$.

5. Calculer les travaux et les puissances des deux forces \vec{T}_1 et \vec{T}_2 (force exercée par chaque fil), lorsque la poulie fait deux tours.
 6. Montrer que la rotation se fait avec frottement.
 7. Calculer \mathcal{M}_c le moment des forces de frottement.
 8. Trouver la relation qui lie les vitesses linéaires v_1 et v_2 des deux corps.
- A la date $t_0 = 0s$ les deux corps sont situés sur la même horizontale passante O .
9. Donner les équations horaires des mouvements des deux corps dans le repère considéré.
 10. Donner l'expression de la distance séparant d les deux mobiles à une date t en fonction de v_1 et t .
- A la date $t_1 = 5s$ la distance est $d = 3m$.
11. Trouver v_1 et v_2 , en déduire ω la vitesse angulaire de la poulie.