Physique et Chimie : 1ère Année Bac

Séance 1 (Rotation d'un solide indéformable autour d'un axe fixe)

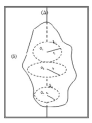
Professeur : Mr EL GOUFIFA Jihad

Sommaire

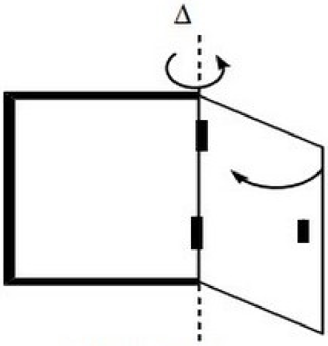
I- Définition

On dit qu'un corps solide indéformable est en mouvement de rotation autour d'un axe fixe ; si tous les points qui le constituent sont en mouvement circulaire centré sur cet axe (Δ), (sauf les points appartenant à l'axe de rotation).

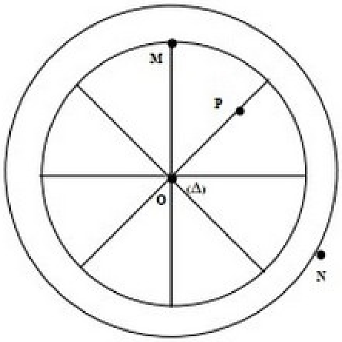
- Le point M a un mouvement circulaire.
- Le corps (S) un mouvement de rotation autour de l'axe (Δ).



Exemples



Une porte



Une roue

II- Repérage d'un point du solide

2-1/ Abscisse curviligne et abscisse angulaire

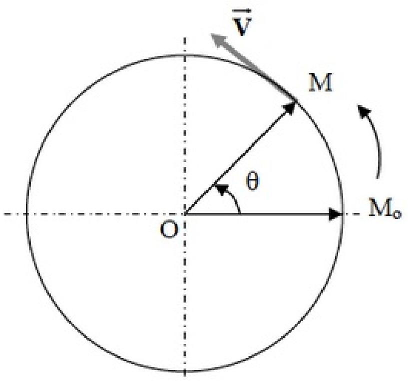
La position d'un point M du Solide est repérée par l'angle $\theta(t)$ appelé abscisse angulaire du point M à l'instant t est défini par :

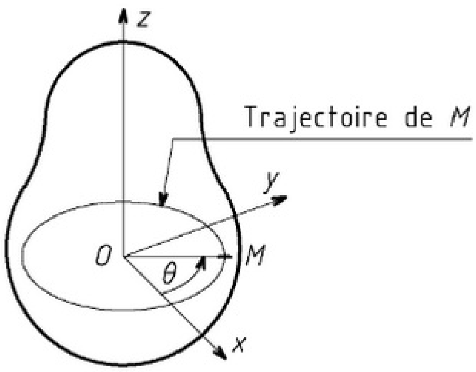
$$\boxed{\theta(t) = \left(\overrightarrow{OM_0}, \overrightarrow{OM}\right)}$$

On peut aussi définir la position du point A par son abscisse curviligne $s(t)$ à l'instant t comme suit :

$$\boxed{s(t) = \widehat{M_0M}}$$

L'unité de l'abscisse angulaire est le Radian (rad) tandis que l'unité de l'abscisse curviligne est le Mètre (m)



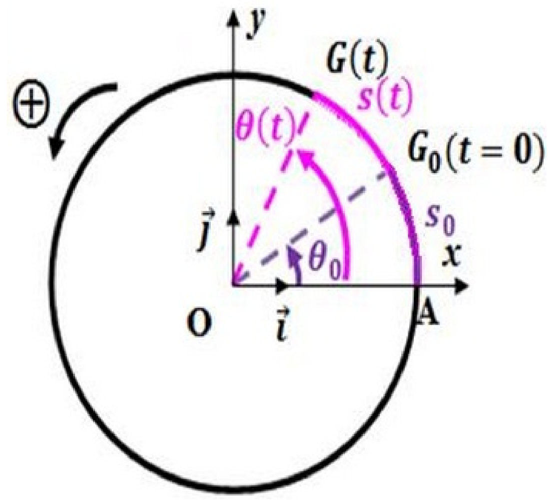


2-2/ Relation entre l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire

L'abscisse angulaire et l'abscisse curviligne sont proportionnelles selon la relation suivante :

$$s(t) = R \times \theta(t)$$

Où R est le rayon de la trajectoire circulaire décrit par le point M dans le plan d'étude.



III- La vitesse angulaire

3-1/ La vitesse angulaire moyenne

Au cours du mouvement de rotation d'un solide (S), chaque point M de ce solide décrit un mouvement circulaire centré sur l'axe de rotation.

Soit M_1 la position du point M à l'instant t_1 et M_2 sa position à l'instant t_2.

Au cours de la durée $\Delta t = t_2 - t_1$, le point M parcours l'arc $\widehat{M_1M_2}$ et le solide tourne d'un angle $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

Par définition la vitesse angulaire moyenne du point M est donnée par la relation :

$$\omega = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

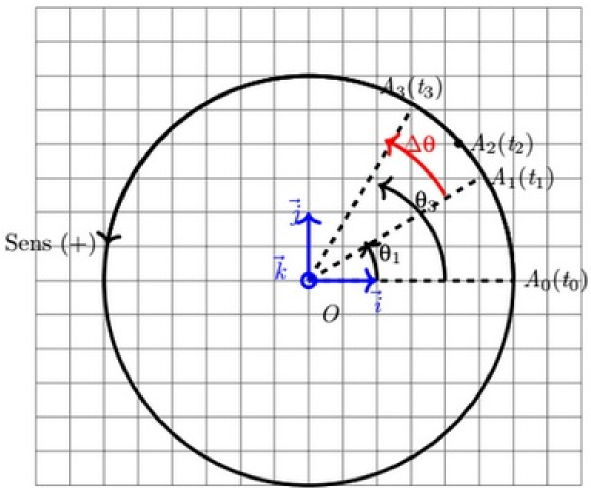
L'unité de la vitesse angulaire dans (SI) est le rad/s

3-2/ La vitesse angulaire instantanée

En considérant t_1 et t_3 deux instants très proches et qui encadrent l'instant t_2, dans ce cas l'arc $\widehat{M_1M_3}$ parcouru par le point M est confondu avec la distance M_1M_3 et le solide tourne d'un angle $\Delta\theta = \theta_3 - \theta_1$.

On définit la vitesse angulaire instantanée du point M par la relation :

$$\omega_t = \frac{\theta_3 - \theta_1}{t_3 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$



Rappel : Vitesse d'un point ou vitesse linéaire

La vitesse du point A à l'instant t est la vitesse tangentielle à la trajectoire en ce point à cet instant.

La valeur de cette vitesse est donnée par la relation :

$$V_t = \frac{\widehat{M_1M_3}}{\Delta t} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

3-3/ Relation entre vitesse angulaire et vitesse d'un point

Le solide étant par définition indéformable, tous ces points ont la même vitesse angulaire au même instant, alors que leur vitesse V dépend de l'éloignement par rapport à l'axe de rotation.

On a : $V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$

et on sait que : $\Delta S = R\Delta\theta$

donc : $V = R\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

au final on a : $\mathrm{V} = \mathrm{R}.\,\omega$

IV- Mouvement de rotation uniforme

4-1/ Définition

Lorsqu'un solide est animé d'un mouvement de rotation uniforme, sa vitesse angulaire est constante :

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \omega_0 = cte$$

4-2/ Caractéristiques du mouvement de rotation uniforme

La période T

Au cours du mouvement, chaque point de solide passe par la même position avec la même vitesse.

On dit que le mouvement est périodique.

La durée T pour effectuer un tour (pour balayer un angle égale à 2π) est tel que :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

T représente la période du mouvement de rotation uniforme, son unité est la seconde (s)

La fréquence f

l'inverse de la période T est la fréquence de rotation du mouvement f (nombre de périodes par l'unité)

$$f = N = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

Avec f en hertz (Hz) pour T en s.

4-3/ Équation horaire du mouvement de rotation uniforme

On peut la définir par l'équation suivante :

$$\theta\left(t\right) = \omega t + \theta_0$$

Où θ_0 est l'abscisse angulaire à t = 0

Remarque

Le mouvement d'un point M de solide S en rotation uniforme est circulaire uniforme (vitesse linéaire est constante).

Dans ce cas l'équation horaire du mouvement du point M du solide s'écrit :

$$S(t) = Vt + S_0$$

Avec S(t) est l'abscisse curviligne du point M à l'instant t et S_0 est l'abscisse curviligne à t = 0

V- Exercices

5-1/ Exercice 1

L'équation horaire du mouvement d'un point M d'un corps en rotation autour d'un axe fixe est $\theta(t) = 30t + 0,2$ avec $\theta(t)$ en radians et t en seconds.

1. Quelle est la nature du mouvement du point M.
2. Déterminer à partir de l'équation horaire, l'abscisse angulaire du point A à l'instant $t_0 = 0s$ et la vitesse angulaire du mobile.
3. Trouver l'expression de l'équation horaire du mouvement $s(t)$ sachant que le diamètre de la trajectoire circulaire formé par M est $D = 40cm$.
4. En déduire la distance parcourue par le point M entre l'instant $t_1 = 0,1s$ et $t_2 = 0,2s$.

5-2/ Exercice 2

1. Calculer ω_s la vitesse angulaire de l'aiguille des secondes d'une montre.
2. Calculer N_m la fréquence de l'aiguille des minutes d'une montre.

On donne la distance qui sépare l'extrémité du centre de rotation est de $2cm$.

3. Calculer V la vitesse linéaire de l'extrémité de l'aiguille des heures de cette montre en ${}^{m}/_{min}$.

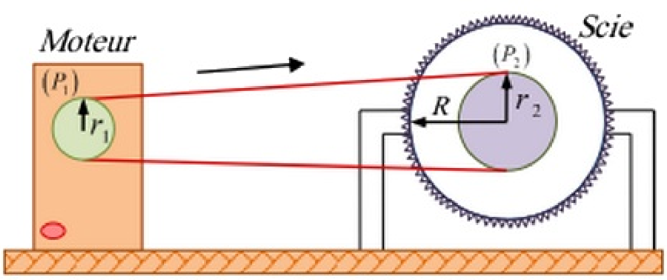
5-3/ Exercice 3

La figure suivante représente une scie circulaire de rayon R qui peut tourner autour de son axe.

Une courroie lie la poulie (P_1) d'un moteur électrique et la poulie (P_2) de la scie.

La courroie ne glisse pas sur les deux poulies.

L'arbre du moteur effectue $1800\ tours/min$.



1. Calculer la vitesse angulaire de l'arbre du moteur.

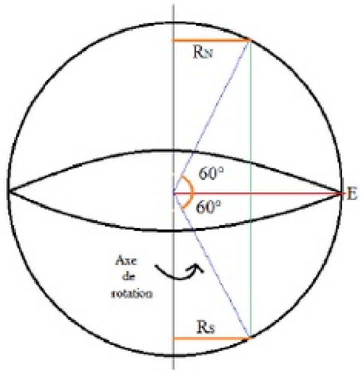
2. Déterminer la vitesse linéaire d'un point de la courroie.
3. En déduire la fréquence de rotation de la scie.
4. Trouver la vitesse d'une des dents de la scie.

Données :

- Rayons des poulies (P_1) et (P_2) : $r_1 = 10cm$, $r_2 = 20cm$ et $R = 40cm$

5-4/ Exercice 4

La période de rotation de la Terre (rayon $R_T = 6380\ km$) autour de l'axe de ses pôles, dans le référentiel géocentrique, est de $86164s$.



1. Calculer la valeur de la vitesse d'un point situé :

- Sur l'équateur ;
- À une latitude de 60° Nord ;
- À une latitude de 60° Sud.

Le satellite géostationnaire Météosat, assimilable à un point matériel, est situé à la distance de $42200km$ du centre de la Terre.

Ce satellite est fixe dans un référentiel terrestre.

2. Décrire son mouvement dans le référentiel géocentrique.
3. Déterminer sa vitesse angulaire ω dans le référentiel géocentrique.
4. Calculer sa vitesse dans le référentiel géocentrique.

Le satellite Spot II décrit une trajectoire circulaire à une altitude de $830km$, à la vitesse constante de $7550m/s$ dans le référentiel géocentrique.

5. Calculer sa période de rotation.
6. Ce satellite est-il géostationnaire ?