AlloSchool

Mathématiques : Tronc Commun Sciences et Technologies

Semestre 1 Devoir 1 Modèle 1

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1 (5,5 pts)

1. Déterminer parmi les nombres suivants : les nombres pairs, les nombres impairs et les nombres qui n'appartiennent pas à $\mathbb{N}$:

$$2\ ;\ \sqrt{16}\ ;\ 2\times\frac{3}{5}\ ;\ 12\ ;\ 89509\ ;\ 310\ ;\ 11\ ;\ 17848$$

2. Est-ce que le nombre 800001 est premier ?
3. Soit $n\in\mathbb{N}$, déterminer la parité des nombres suivants : $2n+5$; $4n^2+4n+6$
4. Soit $n\in\mathbb{N}$, monter que le nombre $10n+5$ n'est pas premier.
5. Montrer que le produit d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre pair.

Soit n un nombre premier tel que $n>2$.

6. Montrer que 8 divise n^2-1, puis déduire que n^4-1 est un multiple de 16.

II- Exercice 2 (3 pts)

Soient a et b deux nombres entiers naturels tels que $a=2^2\times3^3\times7$ et $b=360$.

1. Décomposer le nombre b en produit de facteurs premiers, puis déduire le $PGCD\,(a;b)$ et $PPCM\,(a;b)$.
2. Simplifier $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$ et $\frac{a}{b}$.
3. Décomposer les nombres ab et $a+b$ en produit de facteurs premiers.

III- Exercice 3 (2 pts)

Soit n un entier naturel.

1. Montrer que $\frac{n+13}{n+2}=1+\frac{11}{n+2}$.
2. Déterminer les diviseurs de 11.
3. Déterminer tous les entiers naturels n qui vérifient $\frac{n+13}{n+2}\in\mathbb{N}$.

IV- Exercice 4 (2,5 pts)

Soient a et b deux entiers naturels tels que $a=5^{n+2}-5^n$ et $b=7\times5^n+5^{n+1}$.

1. Montrer que a est un multiple de 3.
2. Montrer que b est un multiple de 12.
3. Calculer $PGCD\,(a;b)$.

V- Exercice 5 (4 pts)

$ABCD$ est un parallélogramme.

E et F deux points du plan tels que $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

1. Construire une figure.
2. Montrer que $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.
3. Montrer que $\overrightarrow{CF} + 2\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{0}$.
4. En déduire que les points E, F et C sont alignés.

VI- Exercice 6 (3 pts)

ABC est un triangle.

I et J deux points du plan tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

J est le projeté du point I sur (BC) parallèlement à (AC), et Q le projeté du point J sur (AC) parallèlement à (AB).

1. Construire une figure.
2. Montrer que $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$.
3. Montrer que $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{QC}$.