AlloSchool

Mathématiques : 2Bac SPC-SVT-Agro-STE-STM

Examen National 2021 Session Normale

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

xercice 1 : Fo tions numériques (2 pts)

Résou

ésou

alcu

nti

ce

la par

urrence

er que pour

u e la r

que p

3. Montrer que le point B est l'image du point A par une homothétie h de centre O dont on déterminera le rapport.

4) Soient z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a. Écrire z' en fonction de z et a.

b. Soit d l'affixe du point D image de C par la rotation R, montrer que $d = a + 1$.

c. Soit I le point d'affixe le nombre 1, montrer que $ADIO$ est un losange.

5)

a. Vérifier que $d - b = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1 - i)$; en déduire un argument du nombre $d - b$.

b. Écrire le nombre $1 - b$ sous forme trigonométrique.

c. Déduire une mesure de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{BD}}\right)$.

Problème : Étude de fonctions numériques et calcul intégral (9 pts)

Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(0) = 0$ et $f(x) = 2x \ln x - 2x$ si $x > 0$.

Soit $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ (unité : $1cm$)

1. Montrer que f est continue à droite au point 0.

2)

a. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat.

3)

a. Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat.

b. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$.

4)

a. Résoudre dans l'intervalle $]0; +\infty[$ les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = x$.

b. Construire la courbe $(\mathscr{C})$ dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ (on prend $e^{\frac{3}{2}} \simeq 4,5$)

5)

a. En utilisant une intégration par parties, montrer que $\int_1^e x \ln x \, \mathrm{d}x = \frac{1+e^2}{4}$.

b. En déduire $\int_1^e f(x) \, \mathrm{d}x$.

6)

a. Déterminer le minimum de f sur $]0; +\infty[$.

b. En déduire que pour tout x de $]0; +\infty[$, on a $\ln x \geq \frac{x-1}{x}$.

7) Soit g la restriction de la fonction f à l'intervalle $[1; +\infty[$.

a. Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera.

b. Construire dans le même repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ la courbe représentative de la fonction g^{-1}.

8) on considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} h(x) = x^3 + 3x \ (x \leq 0) \\ h(x) = 2x \ln x - 2x \ (x > 0) \end{cases}$

a. Étudier la continuité de h au point 0.

b. Étudier la dérivabilité de la fonction h à gauche au point 0 puis interpréter géométriquement le résultat.

c. La fonction h est-elle dérivable au point 0 ? Justifier.