AlloSchool

Mathématiques : 3ème Année Collège

Séance 13 (Équation d'une droite)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Équation réduite d'une droite

1-1/ Définition

1-2/ Remarques importantes

1-3/ Condition de l'appartenance d'un point à une droite

1-4/ Tracer une droite dont on connaît l'équation réduite

II- Équation réduite d'une droite définie par deux points

III- Droites parallèles et droites perpendiculaires

3-1/ Droites parallèles

3-2/ Droites perpendiculaires

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

4-2/ Exercice 2

4-3/ Exercice 3

4-4/ Exercice 4

4-5/ Exercice 5

4-6/ Exercice 6

I- Équation réduite d'une droite

1-1/ Définition

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, chaque droite admet une équation réduite de la forme :

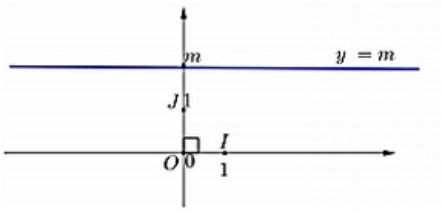
$$y = mx + p$$

- m est appelé : le coefficient directeur (ou la pente) de la droite.
- p est appelé : l'ordonnée à l'origine de la droite.
- x et y sont deux nombres réels.

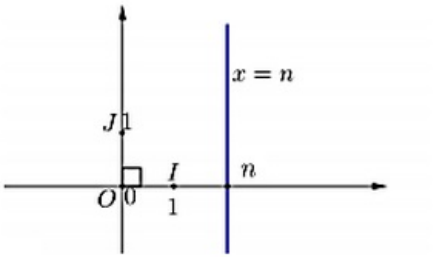
Exemple

1-2/ Remarques importantes

Toute droite qui a pour équation réduite $y = m$ est parallèle à l'axe des abscisse et passe le point de coordonnées $(0, m)$:



Toute droite qui a pour équation réduite $x = n$ $(n \neq 0)$ est parallèle à l'axe des ordonnées et passe par le point de coordonnées $(n, 0)$:



1-3/ Condition de l'appartenance d'un point à une droite

Soient (Δ) une droite d'équation réduite : $y = mx + p$ et A un point.

$y_A = mx_A + p$ est équivalent à $A \in (\Delta)$.

1-4/ Tracer une droite dont on connaît l'équation réduite

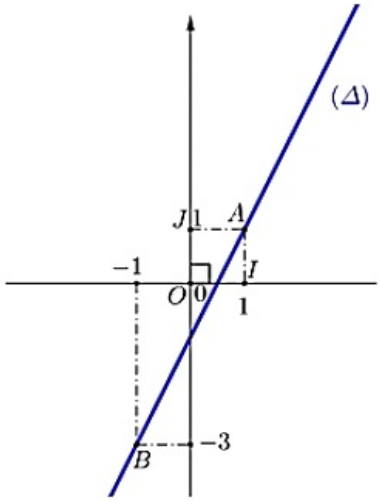
On considère le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; I; J)$.

Traçons la droite (Δ) qui a pour équation réduite : $y = 2x - 1$

On considère le tableau de valeurs suivant :

(Δ)	x	y	$M(x;y)$
A	1	1	$A(1;1)$
B	-1	-3	$B(-1;-3)$

Donc :



II- Équation réduite d'une droite définie par deux points

Propriété du coefficient directeur

Si $y = mx + p$ est une équation réduite d'une droite (AB), alors :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \ (x_B \neq x_A)$$

Exemple

III- Droites parallèles et droites perpendiculaires

3-1/ Droites parallèles

Propriété

Soient m et m' les coefficients directeurs respectifs des droites (D) et (Δ).

$(D) \parallel (\Delta)$ est équivalents $m = m$'.

Exemple

3-2/ Droites perpendiculaires

Soient m et m' les coefficients directeurs respectifs des droites (D) et (Δ).

$(D) \perp (\Delta)$ est équivalents $m \times m' = -1$.

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

Indiquer dans chacun des cas si le point appartient à la droite :

$$\textcircled{1}\ A\,(-2;3)\ \ et\ \ (d_1)\ :\ y = -x + 1$$
$$\textcircled{2}\ B\,(2;7)\ \ et\ \ (d_2)\ :\ y = 3x + 2$$
$$\textcircled{3}\ C\,(2;1)\ \ et\ \ (d_3)\ :\ y = 2$$

4-2/ Exercice 2

Soit (Δ) la droite d'équation : $y = -2x + 3$

Calculer les nombres a, b, x et m sachant que $A(a;-2)$, $B(3;-b)$, $C(x+2;3x)$ et $D\,(-m;-2m+1)$ appartiennent à (Δ).

4-3/ Exercice 3

Déterminer dans chacun des cas l'équation réduite de la droite (AB) :

$$\textcircled{1}\ A\,(2;0)\ \ et\ \ B\,(4;1)$$
$$\textcircled{2}\ A\,(-2;1)\ \ et\ \ B\,(-3;5)$$
$$\textcircled{3}\ A\,(-1;5)\ \ et\ \ B\,(-1;2)$$

4-4/ Exercice 4

Déterminer l'équation réduite des droites dans chacun des cas :

1. La droite (d_1) passe par le point $A(2;3)$ et a pour coefficient directeur $m = -1$.
2. La droite (d_2) passe par le point $B(-1;2)$ et son ordonnée à l'origine est -3.
3. La droite (d_3) passe par le point $C(2;5)$ et est parallèle à la droite d'équation $y = 3x - 1$.

4-5/ Exercice 5

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère les points $A(1; -1)$, $B(-1; -3)$ et $C(2; 1)$.

1. Calculez les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$, puis déduire la distance AB.
2. Déterminez les coordonnées du point M le milieu de segment $[AB]$.
3. Vérifiez que l'équation réduite de la droite (AB) est : $y = x - 2$.
4. Déterminez l'équation réduite de la droite (D) qui passe par C et qui est parallèle à (AB).
5. Montrez que l'équation réduite de la médiatrice (Δ) du segment $[AB]$ est $y = -x - 2$.

4-6/ Exercice 6

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère les points $A(1; 7)$, $B(-6; 3)$ et $C(0; -1)$.

1. Calculez la distance AB.
2. Déterminez les coordonnées du point L le milieu du segment $[BC]$.
3. Déterminez l'équation réduite de la droite (BC).
4. Déterminez l'équation réduite de la droite (D) qui passe par A et qui est perpendiculaire à (BC).
5. Montrez que (D) est la médiatrice du segment $[BC]$.