Mathématiques : 2Bac Eco-SGC

Séance 12 (Dénombrement)

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

Sommaire

I- Le dénombrement

1-1/ Définition de dénombrement

Le dénombrement c'est la détermination de nombre de possibilités d'une expérience

Exemple :

- Le nombre de résultats possibles du lancement d'une pièce de monnaie est $N = 2$.
- Le nombre de résultats possibles du lancement d'un dé à six faces numérotées de 1 à 6 est $N = 6$.
- Le nombre de résultats possibles du tirage d'une carte d'un sac contenant dix cartes est N=10.

1-2/ Principe fondamental de dénombrement

Si une procédure peut être découpée en p étapes,

et qu'il y a n_1 façons possibles de réaliser la première étape,

et qu'il y a n_2 façons possibles de réaliser la deuxième étape,

.

.

.

et qu'il y a n_p façons possibles de réaliser la peme étape,

Alors la procédure peut être accomplie de $n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_p$ façons.

Exemple

II- Arrangement et permutation

2-1 Définition

Soient p et n deux entiers naturels avec $1 \leq p \leq n$ et E un ensemble fini de n éléments.

- Tout choix (ou tirage successif et sans remis) de p éléments distincts deux à deux parmi n élément est appelé arrangement de p élément parmi n.

- Tout arrangement de n élément parmi n est appelé permutation de n élément parmi n.

Remarque

L'ordre est très important dans tout arrangement.

2-2 Prepriété

Soient p et n deux entiers naturels avec $1 \leq p \leq n$ et E un ensemble fini de n éléments.

Le nombre d'arrangement d'un ensemble de p éléments parmi n est $A_n^p = n\,(n-1)\ldots(n-p+1)$, noté

Le nombre de permutation d'un ensemble de n éléments parmi n est $A_n^n = (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 2 \times 1$ (On la note $n!$)

Exemple

III- Combinaison

3-1 Définition

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et E un ensemble finie de n éléments et p un entier vérifiant $1 \leq p \leq n$.

On appelle combinaison de p éléments de E toute partie (ou tout sous-ensemble) de E possédant p éléments.

3-2 Propriété

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et E un ensemble finie de n éléments et p un entier vérifiant $1 \leq p \leq n$.

Le nombre de combinaison de p éléments parmi n éléments est $C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Remarque

C_n^p présente le nombre de façons de choisir p objets parmi n (l'ordre n'est pas important et il n'y a pas de répétition).

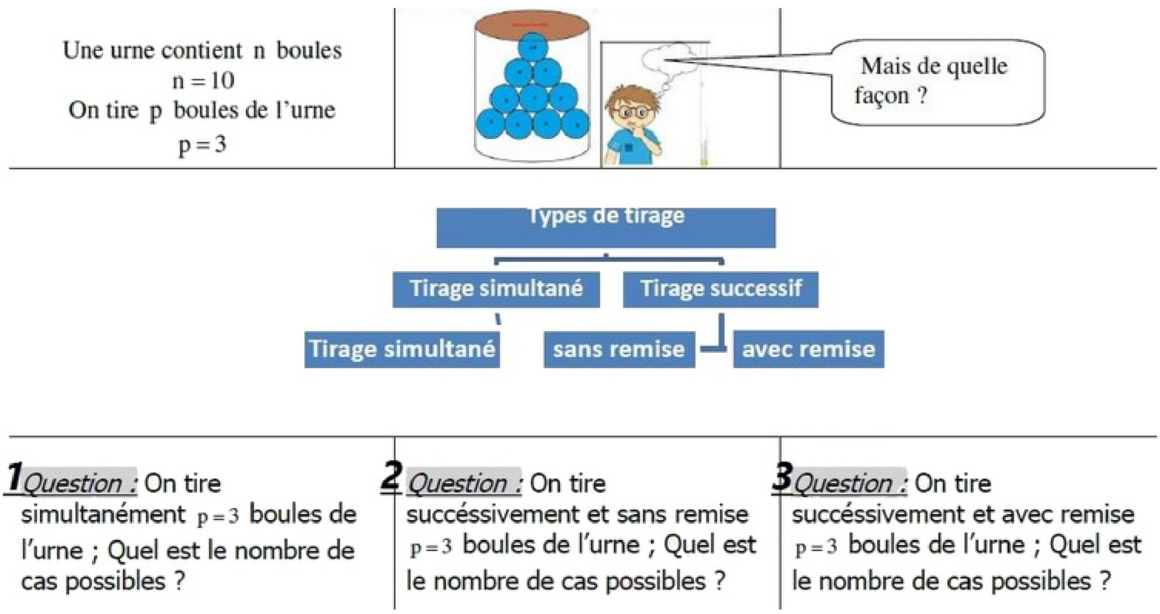
Exemple

3-3/ Propriétés

Pour tout entier n et tout entier p tel que $1 \leq p < n$, on a :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$
$$C_n^1 = C_n^n = C_n^{n-1} = n$$
$$C_n^p = C_n^{n-p}$$
$$C_n^0 = A_n^0 = 1 \; et \; 0! = 1$$
$$C_{n+1}^p = C_n^p + C_n^{p-1}$$

IV- Type de tirage



Le nombre de tirages simultanés de p éléments parmi n est : C_n^p

Le nombre de tirages successivement et sans remise de p éléments parmi n est : A_n^p.

Le nombre de tirages successivement avec remise de p éléments parmi n est : n^p.

V- Cardinal d'un ensemble fini

5-1/ Définition

On considère un ensemble fini E de n éléments distincts : $E = \{x_1; x_2; \cdots; x_n\}$.

On appelle cardinal de E son nombre d'éléments n et on écrit : $card(E) = n$.

5-2/ Propriétés

Si E est un ensemble fini et si $F \subset E$ alors F est fini et $card(F) \leq card(E)$.

Si E et F sont finis alors, $E \cup F$ est fini et
$card(E \cup F) = card(E) + card(F) - card(E \cap F)$.

Si $E \cap F = \emptyset$ (sont disjoints) et fini alors $card(E \cup F) = card(E) + card(F)$.

$card\emptyset = 0$, (où $\emptyset$ est l'ensemble vide).

VI- Exercices

6-1/ Exercice 1

1. Quels sont les nombres de deux chiffres distincts que l'on peut former à partir des chiffres suivants : 1 ,2 et 3.
2. Quels sont les nombres de deux chiffres que l'on peut former à partir des chiffres suivants : 1, 2 et 3.
3. Avant de venir au lycée, vous ouvrez votre armoire et les seuls vêtements propres que vous avez sont deux chemises, 3 jackets et 4 pantalons. Combien de tenus pouvez-vous porter ?
4. Dans la classe, il y a 21 filles et 12 garçons. Il faut une fille et un garçon pour représenter la classe dans un événement culturel. Combien de possibilités de choix ?
5. Dans une carte au restaurant, on peut composer son menu avec : 8 choix possibles d'entrée, 2 choix de plat principal et 5 choix de dessert. Combien de possibilités de choix de menu ?
6. Combien de nombres de trois chiffres on peut former avec les chiffres Suivants : 0; 1; 2; 3; 4; ... 9 ?
7. On lance une pièce de monnaie 2 fois de suites. Combien de possibilités ?

6-2/ Exercice 2

1. On cherche à faire une commission de 3 élèves parmi 10 élèves pour créer une association (Président, secrétaire, trésorier), on choisit les élèves un par un. Combien de commissions peut-on faire ?
2. Après les prolongations d'un match de football, l'entraîneur doit choisir les cinq tireurs de penaltys parmi les onze joueurs et l'ordre de passage de

chacun. Combien de choix a-t-il?

3. Un tournois sportif compte 8 équipes engagées. Chaque équipe doit rencontrer toutes les autres une seule fois. Combien doit-on organiser de matchs ?

6-3/ Exercice 3

Une urne contient n=9 boules : 2 Rouges, 4 vertes et 3 blanches.

1. On tire simultanément p=3 boules de l'urne.

- Quel est le nombre de choix possible ?
- Quel est le nombre de choix de 3 boules vertes ?
- Quel est le nombre de choix de 3 boules de même couleur ?
- Quel est le nombre de choix de 3 boules de couleurs différents deux à deux ?
- Quel est le nombre de choix de 2 boules rouges et une boule bleue ?

On tire successivement et sans remis p=3 boules de l'urne.

2. Répondez aux mêmes questions ?

On tire successivement avec remis p=3 boules de l'urne.

3. Répondez aux mêmes questions ?