AlloSchool

Mathématiques : 2Bac Eco-SGC

Semestre 2 Devoir 2 Modèle 1

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1 (11 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3e^{2x} - 4e^{x} + 1$

Et soit $\left(\mathscr{C}_f\right)$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

1. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat.
2. Vérifier que $f(x) = e^{x}\left(3e^{x} - 4 + \frac{1}{e^{x}}\right)$; $\forall x \in \mathbb{R}$
3. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat.
4. Montrer que $f'(x) = 2e^{x}(3e^{x} - 2)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
5. Étudier le signe de $f'(x)$
6. Vérifier que $f\left(\ln \frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{3}$, puis donner le tableau de variation de f.
7. Vérifier que $f(x) = (3e^{x} - 1)(e^{x} - 1)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
8. En déduire que $\left(\mathscr{C}_f\right)$ coupe l'axe des abscisses au point O et au point $I(-\ln 3; 0)$
9. Montrer que $f''(x) = 4e^{x}(3e^{x} - 1)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
10. Étudier le signe de $f''(x)$ puis déduire le point d'inflexion de $\left(\mathscr{C}_f\right)$.
11. Déterminer l'équation de la tangente de $\left(\mathscr{C}_f\right)$ au point O.
12. Représenter $\left(\mathscr{C}_f\right)$ (avec $||\vec{i}|| = ||\vec{j}|| = 2cm$ et $\ln 2 \approx 0,7$ et $\ln 3 \approx 1,1$)

II- Exercice 2 (9 pts)

Partie 1

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{x} - x$.

1. Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ puis déduire leur signe.
2. Calculer $g(0)$ puis donner le tableau de variation de g (le calcul des limites n'est pas,demandé).
3. En déduire que $g(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Partie 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f\left(x\right)=2e^{x}-x^{2}$

Et soit $\left(\mathscr{C}_{f}\right)$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$

4. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$, et interpréter géométriquement le résultat.
5. Vérifier que $f\left(x\right)=2x^{2}\left(\frac{e^{x}}{x^{2}}-\frac{1}{2}\right)$; $\forall x\in\mathbb{R}$*.
6. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat.
7. Montrer que $f'\left(x\right)=2g\left(x\right)$pour tout $x\in\mathbb{R}$.
8. Étudier le signe de $f'\left(x\right)$ puis donner le tableau de variation de la fonction f.
9. Vérifier que $f''\left(x\right)=2\left(e^{x}-1\right)$; $\forall x\in\mathbb{R}$
10. Étudier le signe de $f''\left(x\right)$
11. En déduire que $I\left(0;2\right)$ est un point d'inflexion de $\left(\mathscr{C}_{f}\right)$.