AlloSchool

Mathématiques : 2Bac Eco-SGC

Semestre 2 Devoir 2 Modèle 1

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1 (11 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3e^{2x} - 4e^x + 1$

Et soit $(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

1. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat.
2. Vérifier que $f(x) = e^x\left(3e^x - 4 + \frac{1}{e^x}\right)$; $\forall x \in \mathbb{R}$
3. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat.
4. Montrer que $f'(x) = 2e^x(3e^x - 2)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
5. Étudier le signe de $f'(x)$
6. Vérifier que $f\left(\ln\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{3}$, puis donner le tableau de variation de f.
7. Vérifier que $f(x) = (3e^x - 1)(e^x - 1)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
8. En déduire que $(\mathscr{C}_f)$ coupe l'axe des abscisses au point O et au point $I(-\ln 3; 0)$
9. Montrer que $f''(x) = 4e^x(3e^x - 1)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
10. Étudier le signe de $f''(x)$ puis déduire le point d'inflexion de $(\mathscr{C}_f)$.
11. Déterminer l'équation de la tangente de $(\mathscr{C}_f)$ au point O.
12. Représenter $(\mathscr{C}_f)$ (avec $||\vec{i}|| = ||\vec{j}|| = 2cm$ et $\ln 2 \approx 0,7$ et $\ln 3 \approx 1,1$)

II- Exercice 2 (9 pts)

Partie 1

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^x - x$.

1. Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ puis déduire leur signe.
2. Calculer $g(0)$ puis donner le tableau de variation de g (le calcul des limites n'est pas,demandé).
3. En déduire que $g(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Partie 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2e^x - x^2$

Et soit $(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

4. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$, et interpréter géométriquement le résultat.

5. Vérifier que $f(x) = 2x^2\left(\frac{e^x}{x^2} - \frac{1}{2}\right)$; $\forall x \in \mathbb{R}^*$.
6. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat.
7. Montrer que $f'(x) = 2g(x)$pour tout $x \in \mathbb{R}$.
8. Étudier le signe de $f'(x)$ puis donner le tableau de variation de la fonction f.
9. Vérifier que $f''(x) = 2(e^x - 1)$; $\forall x \in \mathbb{R}$
10. Étudier le signe de $f''(x)$
11. En déduire que $I(0;2)$ est un point d'inflexion de $\left(\mathscr{C}_f\right)$.