

Mathématiques : 2Bac Eco-SGC

Semestre 2 Devoir 1 Modèle 1

Professeur: Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1 (15 pts)

Partie 1

Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $:g\left(x
ight) =x-1+\ln \left(x
ight)$

- 1. Calculer g'(x) pour tout $x \in]0, +\infty[$ puis déduire leur signe.
- 2. Calculer g(1) puis donner le tableau de variation de g (le calcul des limites n'est pas demandé).
- 3. En déduire que $g(x) \geq 0$ 0 sur $[1, +\infty[$ et $g(x) \leq 0$ sur]0, 1].

Partie 2

On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f\Big(x\Big) \ = \Big(rac{x-1}{x}\Big)\ln{(x)}$

Soit $\left(C_f\right)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\stackrel{
ightarrow}{i},\stackrel{
ightarrow}{j}
ight)$.

- 4. Montrer que $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$, puis interpréter géométriquement le résultat.
- 5. Montrer que $\lim_{x\to +\infty}f(x)=+\infty$ et $\lim_{x\to +\infty}\frac{f(x)}{x}=0$, puis interpréter géométriquement le résultat.
- 6. Montrer que $f'(x)=rac{g(x)}{x^2}$ pour tout $x\in]0,+\infty[.$
- 7. Étudier le signe de f'(x) puis donner le tableau de variation de la fonction f.
- 8. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse e.
- 9. Tracer (C_f) .

Partie 3

- 10. Montrer que $H: x o rac{1}{2} \ln^2 x$ est une fonction primitive de la fonction $h: x o rac{\ln x}{x}$
- 11. Vérifier que la fonction F définie sur $]0, +\infty[$ par $F(x) = x \ln x x$ est une fonction primitive de la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \ln x$.

I- Exercice 2 (5 pts)

1. Résoudre dans ${\mathbb R}$ l'équation :

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

2. Déduire dans $]0,+\infty[$ les solutions de l'équation :

$$\left(\ln x\right)^2 - 3\ln x + 2 = 0$$

3. Déduire dans $]0,+\infty[$ l'ensemble des solutions de l'inéquation :

$$\left(\ln x\right)^2 - 3\ln x + 2 < 0$$