AlloSchool

Mathématiques : 2Bac SPC-SVT-Agro-STE-STM

Semestre 2 Devoir 1 Modèle 1

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

Exercice 1 (9 pts)

1. Montrer que :

$$(\forall x \in \mathbb{R})\ \frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}} = 1 - \frac{2}{1+e^{x}}$$

2. Simplifier le nombre :

$$E = \frac{e^{1-\ln 2}}{e^{1+\ln 2}}$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations suivantes :

$$① \ e^{\frac{1}{x}} = e^{x}$$
$$② \ 3e^{2x} - e^{x} - 2 = 0$$
$$③ \ 2^{x+1} = 8$$
$$④ \ 1 - 2e^{x} < 0$$

4. Calculer les limites suivantes :

$A = \lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} + 2 =$	$B = \lim\limits_{x \to +\infty} e^{2x} - e^{-x} + 4 =$
$C = \lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{2x}-1}{x} =$	$D = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln(1+e^{x})}{e^{x}} =$
$E = \lim\limits_{x \to -\infty} \left(x^2 - x\right)e^{2x} =$	$F = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^{x}}{1+x^2} =$

Exercice 2 (5 pts)

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :
   $z^2 - 4z + 8 = 0$

On considère dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé directe $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ les points A, B, C et D d'affixes respectivement : $a = 2 + 2i$, $b = 2 - 2i$, $c = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ et $d = \left(1 - \sqrt{3}\right) + i\left(1 + \sqrt{3}\right)$.

2. Écrire chacun des nombres b et c sous la forme trigonométrique.
3. Vérifier que $bc = d$.
4. Déduire l'argument du nombre complexe d.

Soit le point E l'image du point B par la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

5. Montrer que l'affixe du point E est $e = -2 - 2i$ puis montrer que le triangle ABE est rectangle et isocèle en B.

III- Exercice 3 (6 pts)

Partie 1

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x$

1. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$.
2. Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, puis donner le tableau de variation de g.
3. Déduire que $(\forall x \in \mathbb{R})\ ;\ g(x) > 0$.

Partie 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2e^x - x^2 - 1$

Soit (C_f) sa courbe représentative dans.un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

4. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$.
5. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ (Remarquer que $(\forall x \in \mathbb{R})\ ;\ f(x) = x^2\left(2\frac{e^x}{x^2} - 1\right) - 1$).
6. Déterminer les branches infinies de (C_f).
7. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que $(\forall x \in \mathbb{R})\ ;\ f'(x) = 2g(x)$.
8. Donner le tableau de variation de f.
9. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]-0,6; -0,3[$.
10. Représenter (C_f) dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.