Mathématiques : 2ème Année Collège

Séance 12 (Théorème de Pythagore et cosinus d'un angle aigu)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Théorème de Pythagore

1-1/ Théorème direct

1-2/ Présentation des nombres réels

1-3/ Théorème réciproque

II- Cosinus d'un angle aigu

2-1/ Définition

2-2/ Exemple

2-3/ Applications

III- Exercices

3-1/ Exercice 1

3-2/ Exercice 2

3-3/ Exercice 3

3-4/ Exercice 4

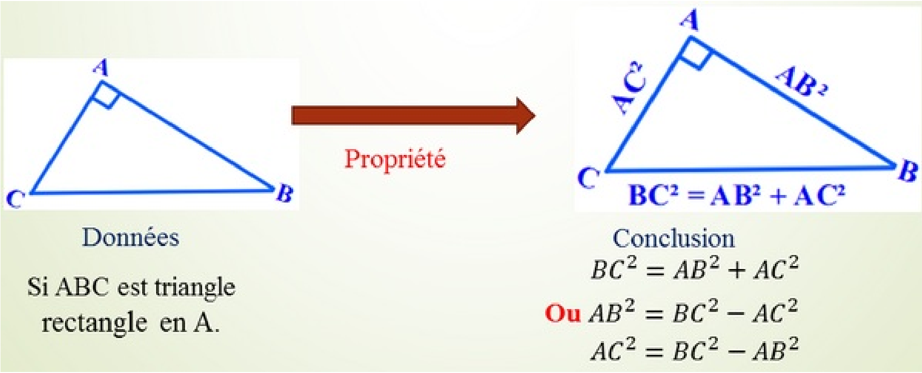
3-5/ Exercice 5

3-6/ Exercice 6

I- Théorème de Pythagore

1-1/ Théorème direct

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres (côtés de l'angle droit).



Remarque

Le théorème de Pythagore ne s'applique qu'aux triangles rectangles.

Dans un triangle rectangle, le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d'un côté connaissant les longueurs des deux autres côtés.

Exemple

1-2/ Présentation des nombres réels

La racine carrée

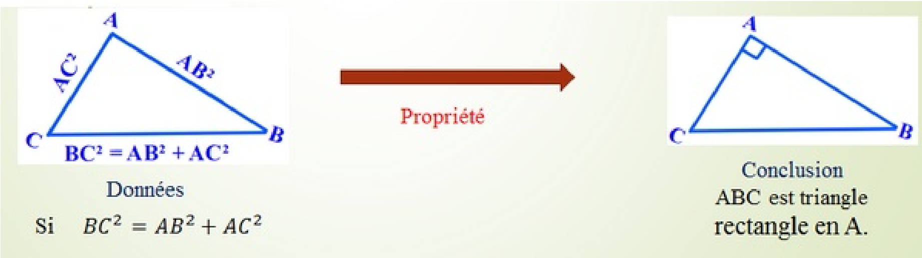
La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif, noté $\sqrt{a}$, dont le carré est a.

Le symbole $\sqrt{\ }$ est appelé « radical ».

Exemple

1-3/ Théorème réciproque

Si dans un triangle le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres, Alors : ce triangle est rectangle.



II- Cosinus d'un angle aigu

2-1/ Définition

Dans un triangle rectangle, chaque angle aigu est déterminé par deux côtés : l'hypoténuse et le côté adjacent à cet angle.

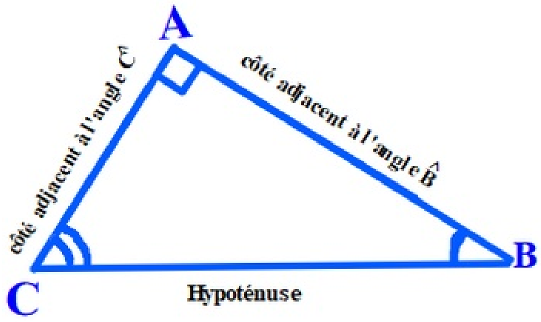
Dans un triangle rectangle, le cosinus de la mesure d'un angle aigu est égale au quotient de la longueur du côté adjacent à l'angle par la longueur de l'hypoténuse :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{coté\ adjacent}{hypoténuse} = \frac{AB}{BC}$$

2-2/ Exemple

ABC est un triangle rectangle en A.

$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$ se lit « cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$»



Si un triangle est rectangle alors la longueur de l'hypoténuse est supérieure strictement aux longueurs des deux autres côtés.

Dans l'exemple : $BC > AB$ et $BC > AC$.

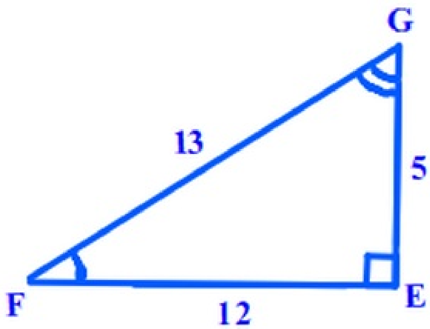
Donc $0 < \cos \widehat{ABC} < 1$ et $0 < \cos \widehat{ACB} < 1$.

2-3/ Applications

Application 1

EFG est un triangle rectangle en E tel que $EF = 12$, $EG = 5$ et $FG = 13$.

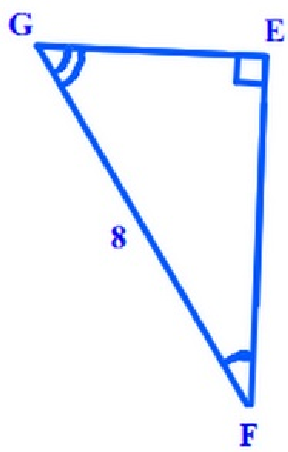
1. Calculer $\cos \widehat{EFG}$ et $\cos \widehat{EGF}$



Application 2

EFG est un triangle rectangle en E tel que $\cos \widehat{EFG} = \frac{3}{4}$ et $FG = 8$.

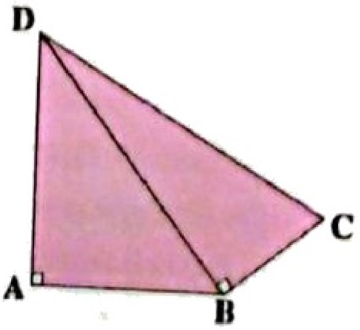
1. Calculer EF



III- Exercices

3-1/ Exercice 1

En utilisant les données de la figure suivante, compléter les égalités suivantes :

$BD^2 = \_\_\_^2 + \_\_\_^2$ $AB^2 = \_\_\_^2 - \_\_\_^2$ $AD^2 = \_\_\_^2 - \_\_\_^2$ $DC^2 = \_\_\_^2 + \_\_\_^2$ $BC^2 = \_\_\_^2 - \_\_\_^2$ $BD^2 = \_\_\_^2 - \_\_\_^2$	

3-2/ Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = \frac{3}{5}$ et $AC = \frac{4}{5}$

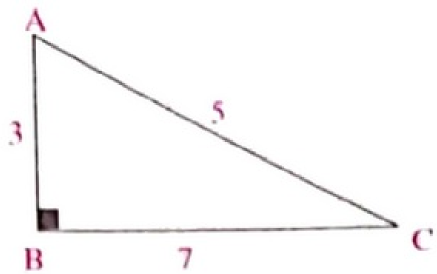
1. Calculer BC.

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 15$ et $BC = 17$

2. Calculer AC.

3-3/ Exercice 3

On considère la figure suivante :



1. Existe-t-il un triangle pareil au triangle ABC ? Justifier.

ABC est un triangle tel que $AB = 6cm$ et $AC = 4cm$ et $BC = 5cm$.

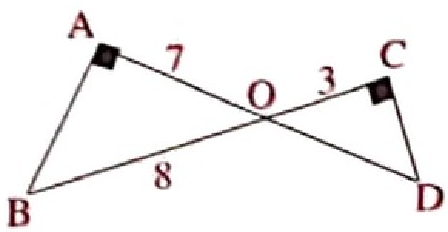
2. ABC est-il un triangle rectangle en C ? Justifier.

3-4/ Exercice 4

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB=3 et AC=4.

1. Calculer $\cos \widehat{ACB}$ et $\cos \widehat{ABC}$

Soit la figure suivante :



2. Calculer $\cos \widehat{AOB}$

3. Calculer la longueur OD.

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AC = 8$ et $\cos \widehat{ABC} = \frac{3}{5}$.

4. Calculer les longueurs AB et BC.

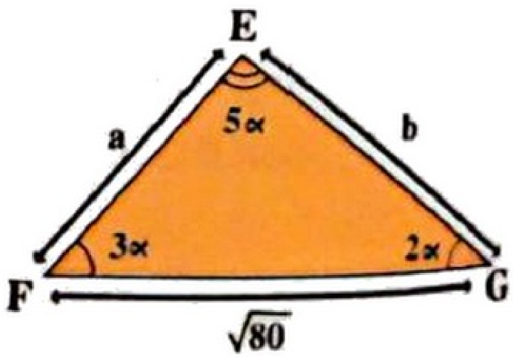
3-5/ Exercice 5

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB + AC = 2$ et $\cos \widehat{ABC} = \frac{4}{5}$ et $\cos \widehat{ACB} = \frac{3}{5}$.

1. Calculer les longueurs BC, AB et AC.

3-6/ Exercice 6

Soit la figure suivante :



1. Montrer que EFG est un triangle rectangle en E.
2. Calculer $a^2 + b^2$.