AlloSchool

Mathématiques : 1ère Année Collège

Séance 14 (Symétrie centrale)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

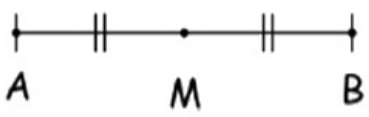
Sommaire

I- Symétrique d'un point
II- Symétrique d'un segment
III- Symétriques des points alignés
IV- Symétrique d'une demi-droite
V- Symétrique d'une droite
VI- Symétrique d'un angle
VII- Symétrique d'un cercle
IIX- Centre de symétrie d'une figure
IX- Exercices
9-1/ Exercice 1
9-2/ Exercice 2
9-3/ Exercice 3
9-4/ Exercice 4
9-5/ Exercice 5
9-6/ Exercice 6
9-7/ Exercice 7

I- Symétrique d'un point

Définition

On dit que le point B est le symétrique du point A par rapport au point M lorsque le point M est le milieu du segment [AB].



M est appelé centre de symétrie.

on dit que : A et B sont symétriques par rapport à M.

Cas particulier

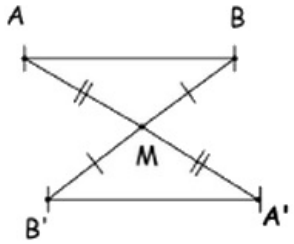
Le symétrique du point O par rapport au point O est le point O lui-même.

Exemple

II- Symétrique d'un segment

Propriété

Le symétrique d'un segment $[AB]$ par rapport à un point M est un segment $[A'B']$ de même longueur.



Remarques

On dit que la symétrie centrale conserve les distances entre deux points.

Pour construire le symétrique d'un segment par rapport à un point, on construit le symétrique de ses extrémités par rapport à ce point.

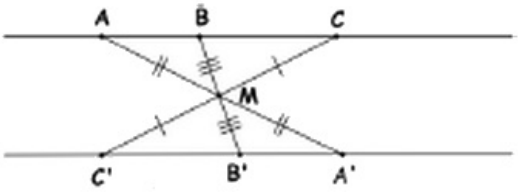
Exemple

III- Symétriques des points alignés

Propriété

Les symétriques, par rapport à un point M, de trois points alignés A, B et C sont trois points alignés A', B' et C'.

On dit que la symétrie centrale conserve l'alignement.

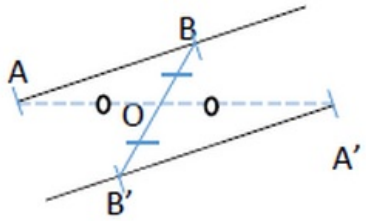


Exemple

IV- Symétrique d'une demi-droite

Propriété

Le symétrique d'une demi-droite $[AB)$,par rapport à un point O est une demi-droite $[A'B')$ telle que $[AB) \parallel [A'B')$.



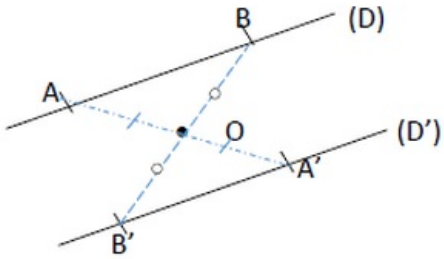
$[A'B')$ est le symétrique de la demi-droite $[AB)$ par rapport au point O.

Exemple

V- Symétrique d'une droite

Propriété

Le symétrique d'une droite (D) par rapport à un point O est une droite (D') parallèle à (D).



(D') est le symétrique de la droite (D) par rapport au point O.

On dit que les droites (D) et (D') sont symétriques par rapport à O.

Cas particulier

Le symétrique d'une droite (D) par rapport à un point O tel que $O \in (D)$ est la droite (D) elle-même.

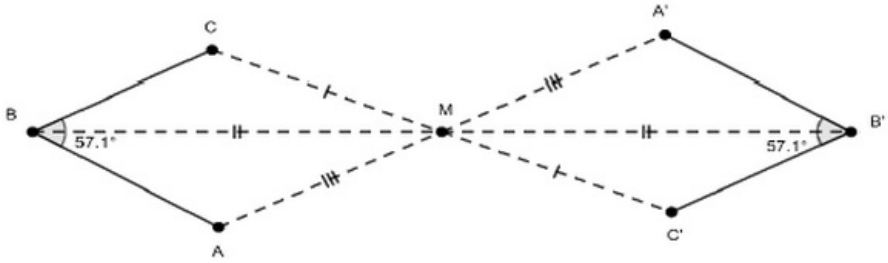
Exemple

VI- Symétrique d'un angle

Propriété

Le symétrique d'un angle $\widehat{ABC}$ par rapport à mi point M est un angle $\widehat{A'B'C'}$ de même mesure.

Avec A', B' et C' sont les symétriques respectifs des points A, B et C par rapport au point M.



Remarque

On dit que la symétrie centrale conserve les mesures des angles.

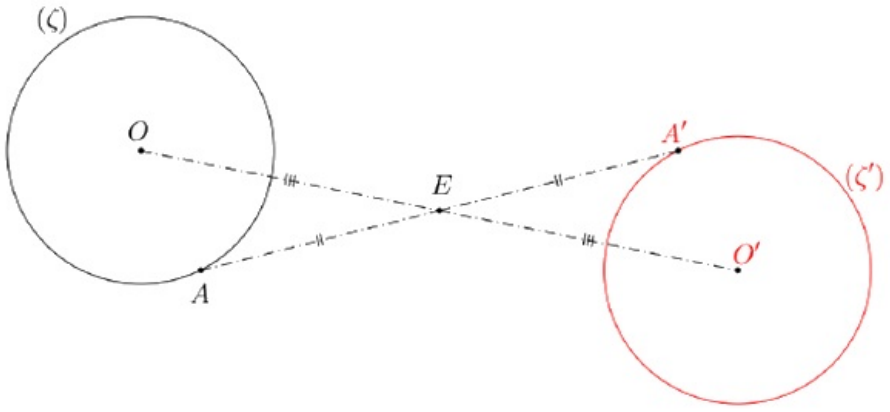
Pour construire le symétrique d'un angle $\widehat{ABC}$ par rapport au point M, on construit les symétriques des points A, B et C par rapport au point M.

Exemple

VII- Symétrique d'un cercle

Propriété

Le symétrique d'un cercle (ζ) de centre O et de rayon r par rapport à un point E est le cercle (ζ') de centre O' (le symétrique de O par rapport à E) et de même rayon r.



Remarque

Pour tracer le symétrique d'un cercle par rapport à un point, il suffit de tracer le symétrique du centre de ce cercle et de garder le même rayon.

Exemple

IIX- Centre de symétrie d'une figure

Définition

Soient (F) une figure et O un point.

On appelle O centre de symétrie de (F) lorsque le symétrique de (F) par rapport à O est (F) .

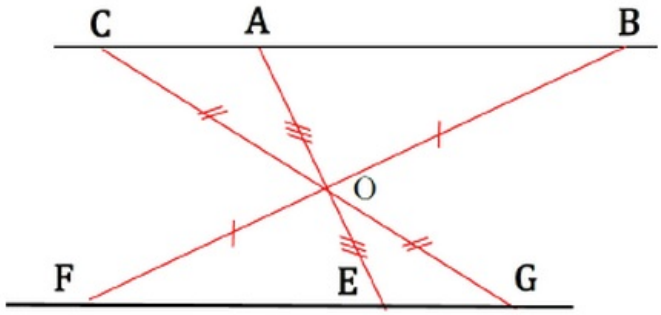
Exemples

- Le centre de symétrie d'une droite est un point qui lui appartient.
- Le centre de symétrie d'un segment est son milieu.
- Le centre de symétrie d'un cercle est son centre.

IX- Exercices

9-1/ Exercice 1

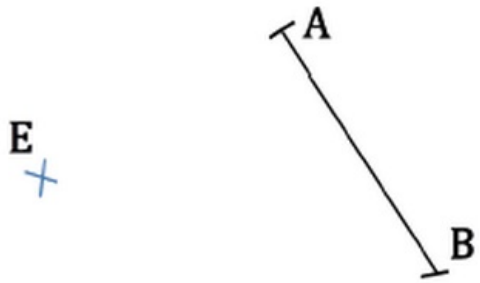
Compléter par ce qui convient en utilisant la figure suivante :



1. Le symétrique du segment $[BC]$ par rapport à O est _____ .
2. Le symétrique de la demi-droite $[AB)$ par rapport à O est _____ .
3. Le symétrique de la droite (AF) par rapport à O est _____ , donc les deux droites _____ et _____ sont _____ .
4. A, B et C sont alignés, donc leurs symétriques _____ , _____ et _____ sont aussi _____ .
5. Si $AC = 6cm$, alors _____ .

9-2/ Exercice 2

Sur la figure ci-dessous, $[AB]$ est un segment de longueur $4cm$ et le point E est le symétrie de A par rapport à un point O effacé.



1. Placer le point O en justifiant.
2. Placer F le symétrique de B par rapport à O.
3. Calculer la distance EF en justifiant.

9-3/ Exercice 3

Le triangle ABC est tel que : $AB = 5cm$, $AC = 4cm$ et $\widehat{BAC} = 40^\circ$.

On appelle G le milieu de $[AC]$ et D le symétrique du point B par rapport à G.

1. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ACD}$?
2. Déterminer la longueur CD.

9-4/ Exercice 4

ABC est un triangle tel que $AB = 4cm$, $AC = 5cm$ et $BC = 6cm$.

I désigne le milieu de $[AB]$ et D le symétrique de C par rapport à I.

1. Construis la figure.
2. Sans mesurer, mais en justifiant tes réponses, donne les mesures AD et BD.

9-5/ Exercice 5

Tracer un triangle ABC tel que $AC = 8cm$, $\widehat{ABC} = 50^\circ$ et $BC = 10cm$.

Placer le point M du segment $[BC]$ tel que $CM = 3cm$.

O est le milieu du segment $[AM]$.

1. Construire les points G et H, les symétriques respectifs des points B et C par rapport à O.
2. Démontrer que les longueurs GH et BC sont égales.
3. Démontrer que les droites (AB) et (MG) sont parallèles.
4. Démontrer que les points A, G et H sont alignés.

9-6/ Exercice 6

1. Construire le triangle ABC tels que $AB = 2cm$, $AC = 3,2cm$ et $BC = 4cm$.
2. Placer H, le pied de la hauteur de ABC issue de A.

Soit O un point situé à l'extérieur du triangle ABC.

3. Construire les points A', B', C' et H' les symétriques respectifs des points A, B, C et H par rapport à O.
4. Comment sont les droites $(A'H')$ et $(B'C')$? Justifier.

9-7/ Exercice 7

EFG un triangle tels que $FG = 6cm$, $EF = 4,5cm$ et $EG = 5,2cm$.

Les médiatrices de $[EF]$ et $[FG]$ se coupent en I.

1. Faire une figure.

Soit (C) le cercle de centre I et de rayon OE.

2. En n'utilisant qu'une règle non graduée, construire le symétrique du triangle EFG par rapport à I. Expliquer la construction.