AlloSchool

Physique et Chimie : 2ème Bac

Séance 19-A (Mouvements plans : Projectile dans le champ de pesanteur

Professeur : Mr EL GOUFIFA Jihad

Sommaire

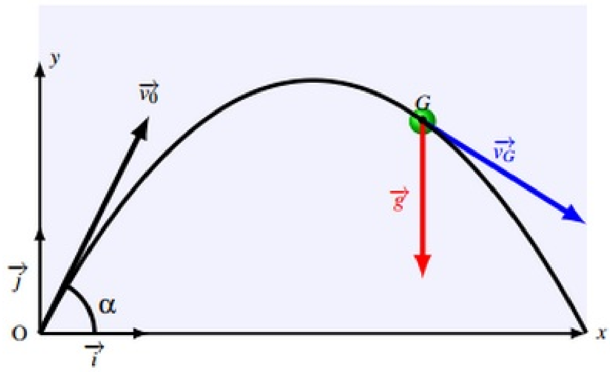
I- Mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme

1-1/ Équations horaires du mouvement

On lance un projectile de masse m d'un point O à l'instant $t = \ 0$ avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ qui fait une angle α avec l'horizontale.

On considère le repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ confondu avec le plan où le projectile est en mouvement, il est supposé galiléen.

Les conditions initiales : à $t = \ 0$ on a : $x_0 = 0$ et $y_0 = 0$



Le système étudié est {Le projectile}.

Le bilan des forces : Le projectile est soumis à son poids uniquement $\vec{P}$.

D’après la deuxième loi de Newton on a :

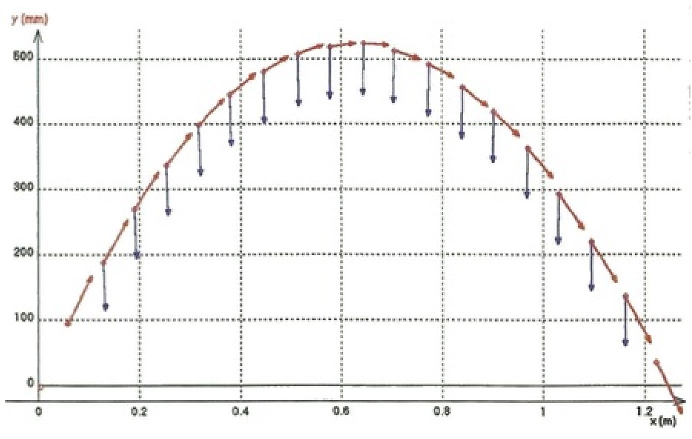
$$\begin{aligned} \sum \overrightarrow{F} &= m\overrightarrow{a} \\ m\overrightarrow{g} &= m\overrightarrow{a} \\ \overrightarrow{g} &= \overrightarrow{a} \end{aligned}$$

Projetons cette relation sur les axes :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos\theta \\ v_y = -gt + v_0 \sin\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 t \cos\theta \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \sin\theta \end{cases}$$



1-2/ Équation de la trajectoire

$$\begin{cases} x = v_0 t \cos\theta \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \sin\theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\theta}$$

$$\Rightarrow \quad y = -\frac{g}{2{v_0}^2 \cos^2\theta} x^2 + x \tan\theta$$

1-3/ Les caractéristiques du mouvement

La flèche

C'est l'altitude maximale h_{max} atteinte par le projectile.

Au sommet de la trajectoire on a :

$$v_y = 0$$
$$\Rightarrow t = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x_S = \dfrac{{v_0}^2 \sin 2\theta}{2g} \\ y_S = \dfrac{{v_0}^2 \sin^2\theta}{2g} = h_{max} \end{cases}$$

La portée

C'est la distance OP qui sépare le point de lancement du projectile et le point de sa tombée sur Ox.

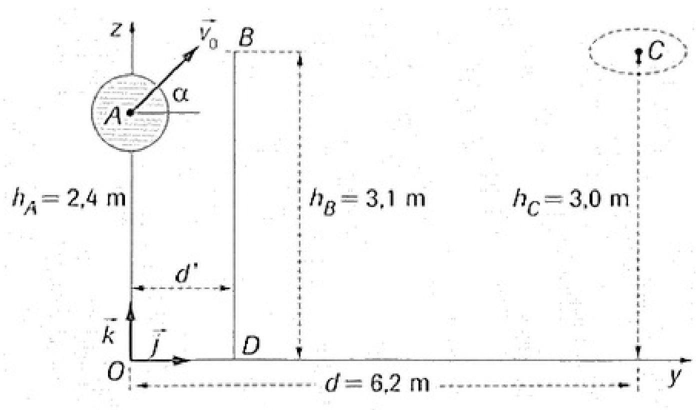
$$y_P = 0$$
$$\Rightarrow -\frac{g}{2{v_0}^2 \cos^2\theta}{x_P}^2 + x_P \tan\theta = 0$$
$$\Rightarrow \quad OP = \frac{{v_0}^2 \sin 2\theta}{g}$$

II- Exercices

2-1/ Exercice 1

On étudie la trajectoire du centre d'inertie G d'un ballon de basket-ball lancé vers le cercle du panier de l'équipe adverse par un joueur attaquant. On ne tiendra pas compte des forces exercées par l'air sur le ballon.

Le lancer est effectué vers le haut, le ballon est lancé lorsque son centre d'inertie est en A, aa vitesse initiale est représentée par un vecteur $\overrightarrow{V_0}$ situé dans un plan $\left(O, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$ et faisant un angle α avec l'horizontale :



Données :

- $g = 9,8 m.s^{-2}$
- $\alpha = 40$
- diamètre du ballon $d = 25cm$

1. Établir les équations horaires paramétriques du mouvement de G.

2. Établir l’équation de la trajectoire.
3. Calculer la valeur de la vitesse initiale V_0 du ballon pour que celui-ci passe exactement au centre C du cercle constituant le panier.
4. Pour une vitesse initiale $V_0 = 7\, m.s^{-1}$, déterminer la hauteur maximale par rapport au sol du ballon durant sa trajectoire.

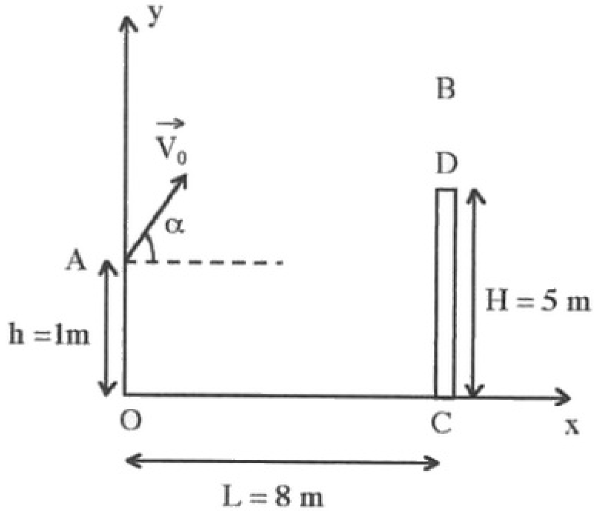
Un défenseur BD, placé entre l’attaquant et le panneau de basket saute verticalement pour intercepter le ballon, l’extrémité de sa main se trouve en B à l’altitude $h_B = 3,1m$.

5. Peut-il intercepter le ballon quelle que soit la distance horizontale à laquelle il se trouve de l’attaquant ? Si non, à quelle distance horizontale maximale de l’attaquant doit-il se trouver pour toucher le ballon du bout des doigts ?

2-2/ Exercice 2

Un projectile considéré comme ponctuel est lancé, dans le champ de pesanteur, à partir d'un point A situé à la distance $h = 1m$ du sol, avec une vitesse faisant un angle α avec l'horizontale et de valeur $V_0 = 16\, m.s^{-1}$.

Un mur de hauteur $H = 5m$ est disposé à la distance $L = 8m$ du lanceur :



Données : $g = 9,8\, m.s^{-2}$

1. Établir l'équation du mouvement du projectile dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.
2. Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du projectile. Quelle est sa nature ?
3. Entre quelles valeurs doit être compris l'angle α pour que le projectile passe au-dessus du mur ?

On fixe la valeur de α à 45°.

Soit B le point de passage du projectile au-dessus du mur.

4. Calculer la distance d séparant le sommet du mur au point B.

Soit V_B la vitesse du projectile au point B.

Notons β l'angle formé par la vitesse $\overrightarrow{V_B}$ et l'horizontale $\beta = \left(Ox, \overrightarrow{V_B}\right)$

5. Calculer β.
6. Calculer l'altitude maximale Y_{max} atteinte par le projectile. Déterminer la portée X du tir.

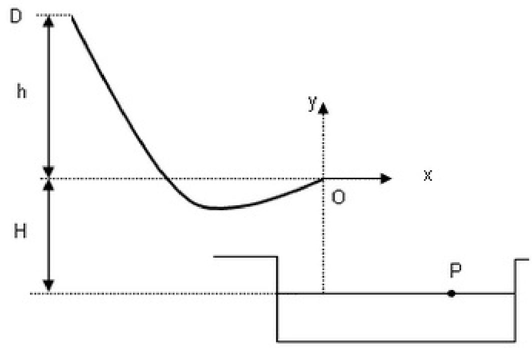
2-3/ Exercice 3

Un enfant de masse $m = 35kg$ glisse le long d’un toboggan de plage dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Pour l’exercice, l’enfant sera assimilé à un point matériel G et on négligera tout type de frottement ainsi que toutes les actions dues à l’air.

Un toboggan de plage est constitué par :

- une piste DO qui permet à un enfant d’atteindre le point O avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{v_0}$ de valeur $v_0 = 5,0\ m.s^{-1}$ faisant un angle ➔ = 30° avec l’horizontale 5,0 m.s-1 ;
- une piscine de réception : la surface de l’eau se trouve à une distance H au-dessous de O.



Données :

- Intensité de la pesanteur : $g = 10\ m.s^{-2}$
- Dénivellation $h = 5,0m$
- Hauteur $H = 0,50m$

On prendra comme origine du temps le passage de l'enfant en O.

1. Énoncer la deuxième loi de Newton.
2. Appliquer la deuxième loi de Newton à l’enfant une fois qu’il a quitté le point O.
3. Déterminer l’expression des composantes $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération dans le repère (Oxy).
4. Déterminer l’expression des composantes $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse dans le repère (Oxy).
5. Déterminer l’expression des composantes $x(t)$ et $y(t)$ du vecteur position dans le repère (Oxy).

6. Montrer que l'expression de la trajectoire de l'enfant notée $y(x)$ a pour expression :

$$y\left(x\right)=-\frac{1}{2}g\frac{x^2}{{v_0}^2.\cos^2\alpha}+x.tg\alpha$$

7. En déduire la valeur de l'abscisse x_P du point d'impact P de l'enfant dans l'eau.