AlloSchool

Mathématiques : 2ème Année Collège

Séance 10 (Calcul littéral)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Expression numérique, expression littérale ou algébrique

1-1/ Expression numérique

Une expression numérique ne contient que des nombres.

Exemple : « $A = -2 \times 5 + (5 - 8)$ » est une expression numérique.

On peut la calculer : $A = -2 \times 5 + (5 - 8) = -10 + (-3) = -13$

1-2/ Expression littérale

Une expression littérale contient des nombres et des lettres représentant des variables.

Exemple : « $B = 4x^2 + 3x + (2x - 3) - \left(x^2 + 1\right)$ » est une expression littérale.

« x » représente un nombre quelconque. C'est une variable, ou une inconnue.

« $C = 4x^2 + 5y + (2x - 1) - (y + 1)$ » est une expression littérale ayant 2 variables x et y.

Chaque lettre représente un nombre.

Si une même lettre figure plusieurs fois dans la même expression, elle y représente le même nombre.

1-3/ Calcul d'une expression littérale

Pour obtenir la valeur numérique d'une expression littérale, il suffit de remplacer chaque variable par la valeur proposée.

Exemple

Soit l'expression littérale : « $A = 2x + y - 3$ » : elle contient deux variables : « x » et « y ».

Si $x = 3$ et si $y = -2$, alors :

$$A = 2x + y - 3 = 2 \times 3 + (-2) - 3 = 6 - 2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

II- Simplification d'une expression littérale

2-1/ Définition

Simplifier une expression, c'est l'écrire sans parenthèses et avec le moins de termes possibles en regroupant ces termes qui se ressemblent, du plus grand au plus petit exposant.

2-2/ Supprimer les parenthèses

Règle 1 : Addition et parenthèses

Quand les parenthèses sont précédées du signe « + », on peut supprimer ce « + » et les parenthèses.

Règle 2 : Soustraction et parenthèses

Quand les parenthèses sont précédées du signe « - », on peut supprimer ce « - » et les parenthèses à condition de multiplier l'expression entre Parenthèses par -1 (changer les signes des termes à l'intérieur des Parenthèses)

Exemple

III- Développement d'une expression littérale

3-1/ Définition

Développer c'est transformer un produit en une somme ou une différence.

3-2/ Développement simple (Rappel)

Pour tous nombres a, b et k on a :

$$\underset{\text{produit}}{k(a+b)} = \underset{\text{somme}}{ka+kb} \qquad \text{et} \qquad \underset{\text{produit}}{k(a-b)} = \underset{\text{différence}}{ka-kb}$$

3-3/ Double développement

Quelles que soient les valeurs de a, b, c et d, on a :

$$(a+b)\,(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

3-4/ Développement et identités remarquables

a et b sont deux nombres relatifs.

On a :

1. Carré d'une somme : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. Carré d'une différence : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. Produit d'une somme de deux nombres par leur différence : $(a+b)\,(a-b) = a^2 - b^2$

IV- Factorisation

4-1/ Définition

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en un produit.

4-2/ Factorisation

Pour tous nombres a, b et k on a :

$$\underset{\text{somme}}{ka+kb} = \underset{\text{produit}}{k(a+b)} \qquad \text{et} \qquad \underset{\text{différence}}{ka-kb} = \underset{\text{produit}}{k(a-b)}$$

Ce facteur commun peut être :

1. Un nombre
2. Une variable
3. Une expression

4-3/ Factorisation et identités remarquables

a et b sont deux nombres relatifs.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$
$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Exemple

V- Exercices

5-1/ Exercice 1

On considère l'expression $I = 7x^2 - 4x + 8$.

Calculer I pour

1. $x = 3$
2. $x = -4$
3. $x = -3$

5-2/ Exercice 2

Supprimer les parenthèses puis simplifier les expressions suivantes :

$$A = (4x-8) - (3x-7) + (-2x+3)$$
$$B = \left(6x^2 - 5x + 7\right) - \left(4x^2 - 5x - 5\right)$$
$$C = -\left(3x^2 - 5x + 2\right) + \left(2x^2 - 2x + 8\right) - \left(3 - 2x + 2x^2\right)$$

5-3/ Exercice 3

Développer puis réduire les expressions suivantes :

$$A = 3(2x-4) + 5(3-x)$$
$$B = 2x(5+3x) - 4(x+5)$$
$$C = (4x+5)(3x+2)$$
$$D = (5x-2)(x+7)$$
$$E = (6x-4)(2x-8)$$
$$F = (3x+2)(2x-5) - (6x-5)(4x+2)$$

5-4/ Exercice 4

Développer les expressions suivantes :

$$A = (3x+4)^2$$
$$B = \left(\frac{7}{6}x + \frac{10}{9}\right)^2$$
$$C = (9x-6)^2$$

$$D = \left(\frac{1}{7}x - \frac{9}{10}\right)^2$$
$$E = (2x+9) \times (2x-9)$$
$$F = \left(\frac{3}{8}x - \frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{8}\right)$$

5-5/ Exercice 5

Factoriser et simplifier les expressions suivantes :

$$A = 2a^2 + 6a$$
$$B = -25ab - 5abc$$
$$C = 24ab^2 + 12a^2b - 4abc$$
$$D = \frac{3}{2}a\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{6}{2}a\left(\frac{2}{3}x - 3\right)$$
$$E = \frac{14}{3}a^2 - 6a\left(\frac{a}{3} + 3\right) + \frac{8}{3}a$$
$$F = \frac{25}{2}x^2(x-2) + \frac{5x}{4}(x-2)$$

5-6/ Exercice 6

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 25x^2 + 20x + 4$$
$$B = 81 - 36x + 4x^2$$
$$C = 144 - 4x^2$$
$$D = \frac{9x^2}{4} - \frac{1}{9}$$
$$E = \frac{16}{9}x^2 + \frac{16}{9}x + \frac{4}{9}$$
$$F = 9x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{9}{16}$$

5-7/ Exercice 7

Soit $E = (3x+2)^2 - \Big(3x+2\Big)\Big(x+7\Big)$

1. Développer et simplifier E
2. Factoriser E
3. Calculer E pour $x = 2$ et $x = -1$