AlloSchool

Mathématiques : 2Bac Eco-SGC

Semestre 1 Devoir 3 Modèle 1

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1

Soit la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{1+2u_n} \ ; \ \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) Calculer u_1 et u_2

2) Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N} \ ; \ 0 < u_n < 1$

3) Démontrer que la suite (u_n) est croissante

4) Déduire que la suite (u_n) est convergente

Soit (v_n) la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N} \ ; \ v_n = \frac{u_n}{1-u_n}$

5)

a- Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 3$

b- Exprimer v_n en fonction de n

c- Exprimer u_n en fonction de v_n

d- Déduire v_n en fonction de n

6) Déterminer la limite de u_n

II- Exercice 2

Soit f définie par $f(x) = 3x - 1 + \frac{1}{x-2}$

Soit $(\mathscr{C}_f)$ la courbe de la fonction dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i} \ ; \vec{j}\right)$

1) Déterminer le domaine de définition de f

2)

a- Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

b- Montrer que $(\mathscr{C}_f)$ admet une asymptote inclinée d'équation $y = 3x - 1$ au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$

3) Calculer $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$ puis donner l'interprétation géométrique

4)

a- Déterminer l'intersection de $(\mathscr{C}_f)$ et l'axe des abscisses

b- Déterminer l'intersection de $(\mathscr{C}_f)$ et l'axe des ordonnées

5)

a- Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in D_f$

b- Étudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variations de f

6) Calculer $f''(x)$ pour tout $x \in D_f$

7) Étudier la convexité de $\left(\mathscr{C}_f\right)$

8) Tracer $\left(\mathscr{C}_f\right)$