

## I- Exercice 1

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$

- 1) Montrer que  $f$  admet une fonction réciproque  $f^{-1}$  définie sur son domaine de définition qu'on déterminera
- 2)
  - a- Montrer que  $f^{-1}$  est dérivable en 0 et en  $\sqrt{2}$
  - b- Calculer  $(f^{-1})'(\sqrt{2})$  (on remarque que  $f(1) = \sqrt{2}$ )

## II- Exercice 2

### Partie 1

On considère la fonction numérique  $g$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $g(x) = x^3 + \sqrt{x} - 2$

- 1) Étudier la dérivabilité de  $g$  à droite en 0
- 2) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
- 3)
  - a- Calculer  $g'(x)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$
  - b- En déduire que  $g$  est strictement croissante sur l'intervalle  $]0; +\infty[$
  - c- Dresser le tableau de variations de  $g$
- 4) Calculer  $g(1)$  et en déduire le signe de  $g(x)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$

### Partie 2

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{x^3 - 4\sqrt{x} + 4}{x}$

Et soit  $(\mathcal{C}_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  et donner une interprétation géométrique du résultat obtenu
- 2)
  - a- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
  - b- Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$  et interpréter le résultat graphiquement
- 3)
  - a- Montrer que pour tout  $x \in ]0; +\infty[$  on a :  $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^2}$
  - b- Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$

4) Écrire une équation de la tangente ( $T$ ) à la courbe ( $\mathcal{C}_f$ ) au point d'abscisse 4

5) Tracer ( $\mathcal{C}_f$ )