AlloSchool

Mathématiques : 2Bac SPC-SVT-Agro-STE-STM

Semestre 1 Devoir 1 Modèle 1

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

I- Exercice 1

(Toutes les questions de cet exercice sont indépendantes)

1. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to-\infty} 2x - x^3 =$$
$$\lim_{x\to-\infty} \sqrt{1+x^2} - x =$$
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1-4x^2}{2x+1} =$$
$$\lim_{x\to+\infty} 2x^2 + 1 - \sqrt{1+x^2} =$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} =$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} =$$

2. Montrer que :

$$\frac{\sqrt[3]{2}\times\sqrt[6]{32}}{\sqrt[3]{\sqrt{8}}} = \sqrt[3]{4}$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

$$(1-x)^3 = -8$$
$$\sqrt[3]{x+2} < 2$$
$$x^6 + 2x^3 - 3 = 0$$

II- Exercice 2

Soit h la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} h(x) = \frac{x^3+x-2}{x-1} \text{ , } x \neq 1 \\ h(1) = 4 \end{cases}$$

1. Montrer que la fonction h est continue sur les intervalles $]-\infty, 1[$ et $]1, +\infty[$.
2. Est-ce que h est continue sur $\mathbb{R}$?

III- Exercice 3

1. Montrer que l'équation $x^3 + x - 1 = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que $0 < \alpha < 1$.
2. En utilisant la méthode de dichotomie donner un encadrement de α d'amplitude $0,25$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^3 + x - 1 > 0$.
4. Donner le tableau de variation de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g : x \mapsto \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + 1$$

IV- Exercice 4

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}_*^+$ par $f(x) = \frac{1-x^2}{x}$.

1. Montrer que la fonction f est continue sur l'intervalle $\mathbb{R}_*^+$.
2. Montrer que f est strictement décroissante sur l'intervalle $\mathbb{R}_*^+$.
3. Déduire que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} en déterminant son domaine de définition.
4. Calculer $f^{-1}(0)$ et $f^{-1}\left(\frac{-3}{2}\right)$.
5. Comparer les deux nombres $f^{-1}\left(\sqrt{2}\right)$ et $f^{-1}\left(\sqrt[3]{2}\right)$.
6. Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x appartenant au domaine de définition de f^{-1}.